Lösungsvorschlag für die Klausuren der Fernuni Hagen

von 9/2016 bis 3/2018

Teil Mathemathik 9/2016

Aufgabe 1

A Richtig. $\sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 5\text{^}2} = \sqrt{4^2 + (-3)^2 + 1\text{^}2}$

Beide Male steht 26 unter der Wurzel.

B Falsch. $\sqrt{1 + (-2)^2} = \sqrt{5}$

C Falsch. $\sqrt{(-2)^2 + 4^2} = \sqrt{20}$

D Falsch. Die erste Ableitung lautet:

$$f'(x) = (e^x + 10x) * 3(e^x + 5x^2)$$

E Richtig.

$$f'(x) = 2x * 2(x^2 + 1)$$

Aufgabe 2

Hier solltest du statt Stammfunktionen zu bilden immer ableiten.

A Richtig

B Richtig. Es ist leichter statt $-\frac{1}{x}$ den Term x^{-1} zu schreiben und abzuleiten.

C Falsch. Man kann die Ableitung errechnen oder direkt schlussfolgern, dass dies keine Stammfunktion ist. Wenn man $\sqrt{x^6}$ erhält man eine 4 im Exponenten und niemals eine 3.

$$\sqrt{x^6} = x^3$$

Abgeleitet erhält man $3x^2$ und wenn man x^2 unter die Wurzel schreibt, dann ist es x^4.

Hier die komplette Ableitung:

$$F'(x) = \frac{4}{3} * \sqrt{3} * 3 * x^2 = 4 * \sqrt{3x^4}$$

D Richtig.

E Richtig. Hier muss man etwas rechnen:

$$F'(x) = \left(\frac{1}{2ln2} e^{x*ln4}\right)' = \frac{1}{2ln2} * ln4 * e^{x*ln4} = \frac{1}{2ln2} * ln4 * 4^x$$

Nun muss man noch wissen, dass $2 * ln2 = ln4$ ist.

Aufgabe 3

A Richtig. Es gilt $6a = b$.

B Falsch. Du musst folgendes Gleichungssystem aufstellen:

$$0 = -2\alpha + 4\beta$$

$$0 = 3\alpha + 6 * \sqrt{2} * \beta$$

$$0 = -4\alpha + \beta$$

Aus der ersten und zweiten Gleichung sieht man schon, dass es keine Lösung ausser dem Nullvektor gibt.

C Richtig.

$$\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -2 \\ \sqrt{2} + & 3 \\ \frac{1}{6} & -4 \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{4}{3} & 3 + \sqrt{2} & -\frac{23}{6} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \\ x \end{pmatrix} = -\frac{4}{3} * (-5) + \left(\sqrt{2} + 3\right) * (-3) - \frac{23}{6} * x$$

$$= -\frac{7}{3} - 3 * \sqrt{2} - \frac{23}{6} * x$$

D Richtig. Einsetzen und Skalarprodukt bilden. Dieses muss Null sein, damit die Vektoren ortoghonal sind.

$$x = -2 * (-5) + 3 * (-3) - 4 * 0{,}25 = 10 - 9 - 1 = 0$$

E Falsch. Man kann eine 1x3 und eine 3x1 Matrix nicht addieren.

Aufgabe 4

Anstatt hier die Stammfunktionen zu bilden, solltest du so vorgehen: Alle Funktionen haben die Form

$$c(x^2 - 2x - 8)$$

Zu bestimmen ist c.

Das Integral lautet

$$\int_{-2}^{4} c(x^2 - 2x - 8) = \left[c * \left(\frac{1}{3} * x^3 - x^2 - 8x\right)\right]_{-2}^{4}$$

$$= c * \left(\frac{1}{3} * 4^3 - 4^2 - 8 * 4\right) - c * \left(\frac{1}{3} * (-2)^3 - (-2^2) - 8 * (-2)\right)$$

$$= -\frac{80}{3}c - \frac{28}{3}c = -36c$$

Da die Fläche 18 sein soll, ist c=-0,5 und 0,5.

B und D sind richtig.

Aufgabe 5

A Richtig. Dies ist die korrekte Schreibweise.

B Falsch. Vor der Nebenbedingung fehlt das lambda.

C Richtig.

D Falsch. Die korrekte Ableitung ist

$$\frac{\partial L(x,y)}{\partial y} = 14 - 0{,}04x - 0{,}08y - \lambda$$

E Richtig. Die Ableitung nach Lambda ist die Nebenbedingung.

Aufgabe 6

Hier musst du die retrograde Mengenberechnung beherrschen (und die ist wirklich einfach).

A Richtig. Dies ist in der Aufgabenstellung gegeben.

B Richtig. Für x1 werden 5 Stück x5 und für x2 werden 4 Stück x5 benötigt.

C Falsch

D Falsch

E Richtig

Aufgabe 41

Die Formel für die stetige Verzinsung ist

$$K_n = 5K_0 = K_0 * e^{n*i}$$

Gesucht ist n. Du nutzt den natürlichen Logarithmus:

$$\ln(5) = n * 0{,}07$$

$$n = ca\ 23\ Jahre.$$

Aufgabe 42

Jeden Monat rechnest du: $U_n = U_{n-1} * \frac{2}{3}$ und das 12 mal.

$$4541{,}13 * \left(\frac{2}{3}\right)^{12} = 35$$

Aufgabe 43

Die Elastizität berechnet sich nach der Formel

$$\varepsilon_K(x_0) = x * \frac{f'(x_0)}{f(x_0)}$$

Einsetzen!

$$100 * \frac{0{,}02 * 100}{100 + 100} = 1$$

Aufgabe 44

Hier musst du beachten, dass du zwei verschiedene Funktionen hast: Im positiven Bereich $f(x) = 3x$ und im negativen Bereich $f(x) = -3x$.

$$\int_{-4}^{6} |3x| = \int_{-4}^{0} -3x + \int_{0}^{6} 3x = \left[-\left(\frac{3}{2x^2}\right)\right]_{-4}^{0} + \left[\frac{3}{2x^2}\right]_{0}^{6}$$

$$= \frac{48}{2} + \frac{108}{2} = 78$$

Aufgabe 7

A Falsch. Das wäre ein stetiges Merkmal.

B Falsch. Das wäre ein stetiges, metrisches Merkmal.

C Richtig

D Falsch. Sie sind quantitativ.

E Richtig

Teil Statistik

Aufgabe 8

A Falsch. Der Modalwert ist der Wert, der am häufigsten vorkommt, hier also die 3.

B Falsch

C Falsch. Der Median ist das arithmetische Mittel aus dem 5ten und 6ten Wert, also 3,5.

D Richtig. Der Mittelwert ist 4. Ich errechne die Varianz über folgende Tabelle

	Mittelwert	Abweichung	Abw. Quadriert
3	4	-1	1
5	4	1	1
7	4	3	9
1	4	-3	9
3	4	-1	1
3	4	-1	1
6	4	2	4
3	4	-1	1
4	4	0	0
5	4	1	1
Summe			28

Geteilt durch 10 erhält man 2,8.

E Richtig. Die Varianz steigt im Quadrat. Deshalb ist die absolute Höhe der Varianz alleine auch nicht aussagekräftig.

Aufgabe 9

A Falsch. Das wäre die Elastizität.

B Richtig

C Falsch

D Richtig

E Falsch. Er ist fast maximal (bei 1 wäre er das).

Aufgabe 10

A Richtig. Die Standardabweichung ist 4. Aus der Tabelle der Standardnormalverteilung liest man den Wert 2,58 für 99,5% ab. Das Intervall ergibt sich zu

$$15{,}3 \pm 2{,}58 * \frac{4}{10} = 14{,}268 \; und \; 16{,}332$$

B Falsch. Sie wird abgelehnt. Die Prüfgröße ist

$$\frac{15{,}3 - 14{,}3}{\frac{4}{\sqrt{100}}} = 2{,}5$$

Der Wert der Standardnormalverteilung bei 97,5% ist 1,96. Damit wird die Hypothese abgelehnt.

C Falsch.

$$\frac{15{,}3 - 14{,}3}{\frac{4}{\sqrt{50}}} = 0{,}5656$$

Damit wird die Hypothese nicht abgelehnt.

D Richtig. Das Konfidenzintervall ist

$$\mu_0 - z_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \bar{X} \leq \mu_0 + z_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Die Länge des Konfidenzintervalls ist 2 mal $z_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Wurzel aus 4 ist zwei. Eine Vervierfachung von n halbiert also die Länge.

E Falsch

Aufgabe 11

A Richtig

B Falsch. Effiziente Schätzfunktionen haben zusätzlich minimale Varianz.

C Richtig

D Richtig

E Falsch

Aufgabe 12

A Falsch. Wenn Z die Schnittmenge aus X und Y ist, dann kann Z nicht größer sein als Y (aber gleich groß).

B Richtig

C Richtig

D Richtig. Das kann man grafisch gut lösen. P(X)+P(Y) ist die gesamte Fläche, die von X und Y eingeschlossen wird, nur die Schnittmenge ist doppelt. Zieht man die gesamte Fläche ab, so bleibt die Schnittmenge. Dies ist Z.

E Falsch

Aufgabe 13

A Falsch. Der Chi quadrat Unabhängigkeitstest ist zu verwenden.

B Richtig. Die Prüfgröße berechnet man wie folgt:

$$\chi_*^2 = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s}\frac{\left(h_{oij} - h_{eij}\right)^2}{h_{eij}}$$

Für h_{eij} erhält man:

	W	G	N
<=R+3	30	18	12
>R+3	20	12	8

Diese erhält man über die Randhäufigkeiten.

$\frac{\left(h_{oij}-h_{eij}\right)^2}{h_{eij}}$ habe ich auch in Tabellenform:

Differenzen			
	10	-3	-7
	-10	3	7

Quadriert und h_{eij} geteilt:

3,3333333333	0,5	4,0833333333
5	0,75	6,125

Die Summe ist 19,8.

C Falsch. Der Ablehnungsbereich ist

$$\chi_*^2 > \chi_{(90,2)}^2 = 4{,}605$$

D Richtig

E Richtig

Aufgabe 45

Da X und Y normalverteilt sind kann man Erwartungswert und Standardabweichung addieren und erhält für die Länge der Tulpe

$$Z \sim N(31{,}16)$$

Die Wahrscheinlichkeit für Z>35 ist dann

$$P(Z > 35) = 1 - P(Z \geq 35)$$

Standardisieren:

$$\frac{35 - 31}{4} = 1$$

Der Wert der Standardnormalverteilung für 1 ist 84,134%. Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt also 15,866%.

Aufgabe 46

Der Median ist bei der Hälfte der Ausprägungen erreicht, also wenn

$$F_x = 0{,}5$$

gilt.

$$F_x = \frac{1}{100} * (x - 2)^2 = 0{,}5$$

Man erhält $x = 9{,}07$.

Teil Mathematik 3/2017

Aufgabe 1

A Falsch. $\sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 3^2} = \sqrt{13}$

B Richtig: Da muss man nicht rechnen, sondern kann es sofort sehen.

C Falsch. Für die Ableitung solltest du die Funktion etwas umformen:

$$f(x) = \sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{n} * x^{\frac{1}{n}-1}$$

Da $\frac{1}{n} - 1 \neq -1/2$, ist die Antwort falsch.

D Richtig. Hier musst du nach der Kettenregel ableiten:

Innere Ableitung: $e^x + 2$

Äußere Ableitung: $2 * (e^x + 2x)$

$$f'(x) = (e^x + 2) * 2 * (e^x + 2x)$$

E Falsch. Die Funktion ist offensichtlich keine Gerade und da die Ableitung kein x enthält, müßte die Steigung konstant sein. So kann man durch kurzes gründliches Hinsehen oft etwas Zeit sparen.

Aufgabe 2

Hier solltest du immer F(x) ableiten, statt die Stammfunktionen zu bilden.

A Falsch. Die Ableitung erfolgt über die Kettenregel und du erhälst:

$$f(x) = \frac{1}{2} * e^{\frac{x}{2}}$$

B Richtig

C Richtig

D Richtig. Wie so oft bei lnx oder e^x solltest du zunächst schauen, ob du die Funktion umformen kannst, sodass sie leichter abzuleiten ist:

$$F(x) = \frac{1}{ln3} * e^{ln3^x} + c = \frac{1}{ln3} * e^{xln3} + c$$

Jetzt nutzt du die Kettenregel:

$$f(x) = \frac{1}{ln3} * ln3 * e^{xln3} = 3^x$$

E Richtig. Produktregel:

$$f(x) = 2ae^x * (x-1) + 2ae^x * 1 = 2axe^x$$

Aufgabe 3

A Richtig. Man kann hier das LGS aufstellen und lösen. Um Zeit zu sparen würde ich immer schauen, wie die Vektoren zueinander im Verhältnis stehen: Man sieht schnell, dass gilt: 5a=6c. Sie sind also linear abhängig.

B Richtig. Hier musst du das LGS aufstellen.

$$\frac{2}{5}\alpha + \sqrt{3}\beta = 0$$

$$\frac{3}{7}\alpha + \frac{2}{3}\beta = 0$$

$$\frac{3}{8}\alpha + 7\beta = 0$$

Für dieses LGS ist die einzige Lösung $\alpha = \beta = 0$. Die Vektoren sind linear unabhängig. Auch das kann man schneller rechnen: Man kann zunächst nur zwei Gleichungen erstellen und stellt oft schon fest, dass es unlösbar ist.

C Falsch. Dazu müßte ihr Skalarprodukt Null sein.

$$\frac{2}{5} * \sqrt{3} + \frac{3}{7} * \frac{2}{3} + \frac{3}{8} * 7 \neq 0$$

D Falsch. Wenigstens einer der beiden zu Multiplizierenden Vektoren müßte transponiert sein.

E Richtig. Jede einzelne Komponente von b ist größer als die entsprechende von c. Man muss also gar nicht weiter rechnen.

Aufgabe 4

A Richtig. $25617 * 1{,}005^{12} = 27197$

B Falsch. Rechnung wie in A.

C Richtig. 0,05*12.

D Falsch. Es gibt ja unterjährige Zinseszinseffekte.

E Richtig. $1{,}005^{12} - 1 = 6{,}17\%$

Aufgabe 5

Zu Minimieren ist die Fläche und das Volumen ist die Nebenbedingung.

Für das Volumen gilt: $2a^2h = 3$

Für die Fläche gilt: $2a^2 + 2ha + 2 * 2ah = 2a^2 + 6ah$

A Falsch

B Richtig

C Falsch

D Falsch. Du löst die Nebenbedingung nach h auf und setzt in die Zielfunktion ein:

$$h = \frac{3}{2a^2}$$

$$f(x) = 2a^2 + 6a * \frac{3}{2a^2}$$

Die Funktion hat ihr Maximum an der Nullstelle der ersten Ableitung.

$$f'(x) = 4a - \frac{9}{a^2} = 0$$

$$a^3 = \frac{9}{4}$$

$$a = 1{,}31$$

Daraus folgt

$$h = 0{,}874$$

E ist richtig.

Aufgabe 6

Die Funktion $40x_1 + 20x_2$muss maximiert werden. Die Nebenbedingungen lauten

$$x_1 \geq 10$$

$$x_1 \leq 30$$

$$x_2 \leq 20$$

$$25x_1 + 20x_2 \leq 1000$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

A ist richtig. Du musst die Achsenschnittpunkte ermitteln und die Nebenbedingungen prüfen.

Aufgabe 41

Folgende Gleichung beschreibt die Lagermenge:

$$L_n = 1 * \frac{1{,}5^n - 1}{1{,}5 - 1}$$

Gesucht ist n für $L_n = 75751{,}5$

$$75751{,}5 = \frac{1{,}5^n - 1}{1{,}5 - 1}$$

$$37875{,}75 = 1{,}5^n - 1$$

$$37876{,}75 = 1{,}5^n$$

$$log_{1,5} 37876{,}75 = n = 26$$

Einfacher und wahrscheinlich schneller hättest du auch 26 mal „$*$ 1,5“ in deinen Taschenrechner hacken können bzw. solange bis der Maximallagerstand erreicht ist.

Aufgabe 42

$$225500 * 0{,}998^5 = 223254$$

Aufgabe 43

Sowohl $\lim_{x \to 0} e^x - e^{-x}$ als auch $\lim_{x \to 0} x$ streben gen Null. Die Regel von L’Hospital kann angewendet werden. Du musst die Ableitung des Zählers und die Ableitung des Nenners bilden. Wegen der Kettenregel haben wir im Zähler einen Vorzeichenwechsel vor e^{-x}.

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x + e^{-x}}{1} = 2$$

Aufgabe 44

Wegen der Betragsstriche musst du zwei Funktionen integrieren:

$$\int_{-4}^{0} -4{,}5x + \int_{0}^{8} 4{,}5x = \left[-\frac{4{,}5}{2}x^2\right]_{-4}^{0} + \left[\frac{4{,}5}{2}x^2\right]_{0}^{8} = -\frac{4{,}5}{2} * 16 + \frac{4{,}5}{2} * 64 = 36 + 144 = 180$$

Teil Statistik

Aufgabe 7

A Falsch. Es ist stetig.

B Richtig

C Richtig

D Falsch. Es gibt viele Merkmale, die nicht beliebig genau messbar sind.

E Falsch

Aufgabe 8

Fehlt im pdf der Fernuni

Aufgabe 9

A Richtig. Achte auf das Minuszeichen (bzw. lasse dich davon nicht irritieren) und das < Zeichen (nicht ≤).

B Richtig. $1 - P(X \leq 4) = 0{,}6$

C Falsch. Du musst an P(x=1) denken.

D Falsch. Auf das < Zeichen achten! Der richtige Wert wäre 0,1.

E Falsch.

Aufgabe 10

A Falsch. Das ist so eine Aussage wie: Der Wert von x wurde endgültig auf 5 festgelegt.

B Richtig. Je sicherer ich mir sein will, dass mein Schätzer im Intervall liegt, desto breiter muss dieses sein.

C Richtig. Er ist ja unbekannt. Er kann überall liegen.

D Falsch. Siehe A.

E Falsch

Aufgabe 11

Zuerst bildest du die Rangziffern:

LV	1	2	3	4	5	6
Student 1	1	5	3	4	2	6
Student 2	1	6	3	5	2	4

Da keine Bindungen vorliegen kann man einfach folgende Formel benutzen:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6*6}{6(36-1)} = 0{,}83$$

A Falsch

B Richtig

C Falsch

D Richtig. Mindestens ein Merkmal muss skalierbar sein.

E Falsch

Aufgabe 12

A Richtig. Die Abhängigkeit beeinflusst die Erwartungswerte nicht.

B Falsch. Die Varianzen addieren sich.

C Falsch. Bei „immer“ sollte man vorsichtig sein. Stochastisch unabhängige Merkmale sind aber immer unkorreliert.

D Falsch. Nur die Mittelwerte können so berechnet werden. Die Varianzen müssen alle addiert werden.

E Falsch

Aufgabe 13

A Falsch. Es geht hier nicht um die Abhängigkeiten, sondern um die Verteilung.

B Richtig. Du musst zuerst die hypothetische Verteilung bestimmen:

Runde gelbe Erbsen: $480/16 = 270$

(480 ist die Summe aller Erbsen und 16 ist die Summe aus 9+3+3+1)

Runde grüne Erbsen: 90

Kantige gelbe Erbsen: 90

Kantige grüne Erbsen: 30

Die Prüfgröße berechnet sich nach

$$\chi_*^2 = \sum_{i=1}^{m} \frac{(h_{oi} - h_{ei})^2}{h_{ei}} = \frac{(290-270)^2}{270} + \frac{(100-90)^2}{90} + \frac{(70-90)^2}{90} + \frac{(20-30)^2}{30} = 10{,}37$$

C Falsch. $\chi^2_{(0{,}95;3)} = 7{,}82$

D Richtig, Die Prüfgröße ist größer als 7,82.

E Falsch

Aufgabe 45

Da die Variablen unabhängig und identisch verteilt sind können Erwartungswert und Varianzen addiert werden.

Für das Intervall erhält man:

$$P(3200 < B < 3800) = P\left(\frac{3200-3600}{\sqrt{30276}} < Z < \frac{3800-3600}{\sqrt{30276}}\right)$$
$$= P(-2{,}2989 < Z < 1{,}1494) = 86{,}392\%$$

Teil Mathematik 9/2017

Aufgabe 1

A Richtig.

B Falsch. $\sqrt{49+144+4} = \sqrt{197}$

C Richtig. Dazu ermittelst du das Skalarprodukt.

$$2*\frac{2}{3} - 3*\frac{7}{6} + \frac{13}{6} = 0$$

D Richtig. Man kann die Funktion auch so schreiben:

$$e^{1,5x}$$

Und dann nach der Kettenregel ableiten. Äußere Ableitung ist $e^{1,5x}$ und innere ist 1,5.

E Richtig. Du musst die zweiten partiellen Ableitungen bilden:

$$f'_x(x,y) = 4{,}5x^2 - 4x + 4y^2$$

$$f'_y(x,y) = -3a^2 + 8xy$$

$$f''_{xx}(x,y) = 9x - 4$$

$$f''_{yy}(x,y) = 8x$$

$$f''_{xy}(x,y) = 8y$$

Aufgabe 2

A Richtig. Die Stammfunktion lautet

$$-\frac{1}{4x^2}$$

Das Integral soll in den Grenzen 0,5 bis $\sqrt{5}$ berechnet werden. Für 0,5 erhält man den Wert 1 und für $\sqrt{5}$ erhält man -1/20.

B Falsch. Hier kann man sich Zeit sparen. Der Wert a hat Einfluss auf den Wert des Integrals, daher kann dieser nicht fest sein.

C Falsch. Leite F(x) ab.

$$\frac{5}{3}*(a+3)*x^{a+2} - \frac{3}{2}*(b+2)*x^{b+1}$$

D Richtig.

$$25e^x + 3x^{\frac{1}{2}} = 25e^x + \sqrt{9x}$$

Aufgabe 3

A Falsch. Es müßten alle Elemente von A kleiner sein als die von B. Das ist nicht der Fall.

B Richtig. Du mußt alle Elemente einzeln addieren.

C Falsch. Bereits beim ersten Wert kann man die Aussage widerlegen:

$$4 * 1 + 4 * 2 + 4 * 3 = 24$$

D Falsch. Hier kann man Zeit sparen, da gilt:

$$(A * B)^T = B^T * A^T$$

E Richtig

Aufgabe 4

A Richtig. Bilde die Ableitung und setze ein:

$$f'(x) = 3x^2 - 26x - 148$$

An der Stelle -2 beträgt die Funktion -84-

B Falsch.

Die Elastizität ist

$$\varepsilon_f = x\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{3x^3 - 26x^2 - 148x}{x^3 - 13x^2 - 148x + 160}$$

Einsetzen von x=5 ergibt $\frac{1015}{780}$.

C Richtig.

Die Formel lautet

$$Af(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{3x^2 - 26x - 148}{x^3 - 13x^2 - 148x + 160}$$

An der Stelle x=10 erhält man den Wert 1/15.

D Hier kannst du Zeit sparen, indem du die Ergebnis-Funktion mit (x+8) multiplizierst.

$$(x^2 - 21x + 20) * (x + 8) = x^3 - 21x^2 + 20x + 8x^2 - 168x + 160$$

$$x^3 - 13x^2 - 148x + 160$$

D ist richtig.

E Richtig. Hier erwartet dich recht viel Rechenaufwand für so eine kleine Teilaufgabe. Ich sehe aber keinen Weg, hier Zeit zu sparen. Um zu ermitteln, ob die Funktion im angegebenen Intervall stetig fällt, musst du die Hoch- und Tiefpunkte der Funktion ermitteln. Dies sind die Nullstellen der ersten Ableitung.

Du ermittelst zunächst die erste Ableitung:

$$f'(x) = 3x^2 - 26x - 148$$

Hier kann man etwas Zeit sparen: Die Nullstellen sind wahrscheinlich in der Aufgabenstellung gegeben. Wenn nicht, bedeutet das nicht, dass die Aussage falsch ist. Du musst

$$\frac{13}{3} \pm \frac{613}{9}$$

einsetzen und tatsächlich, es sind die Nullstellen. Sonst hättest du sie über die PQ Formel ermitteln müssen.

Jetzt müssen wir noch feststellen, ob es sich um Hoch oder Tiefpunkte handelt. Man kann hier die zweite Ableitung bilden und die Werte einsetzen. Ich halte es aber wieder für zeitsparender, einfach irgendeinen Punkt dazwischen in die erste Ableitung einzusetzen (ist er negativ, dann ist der erste Punkt ein Hochpunkt) oder aber zu schauen von wo die Funktion kommt. Sie ist für große negative x negativ und für große positive x positiv. Sie kann also nicht von unten kommen, einen Tiefpunkt bilden, dann einen Hochpunkt und dann nach oben gehen. Der erste Extrempunkt ist also ein Hochpunkt, der zweite ein Tiefpunkt und die Funktion ist in dem Intervall stetig fallend.

Aufgabe 5

A Falsch. Die Nullstelle der ersten Ableitung ist ein Optimum der Stammfunktion.

B Richtig

C Falsch. Der Tiefpunkt der ersten Ableitung ist ein Wendepunkt in der Stammfunktion.

D Richtig

E Richtig. Sieht man an der Grafik.

Aufgabe 6

A Richtig. Über den Weg Z1 benötigt man 2*2 und über den Weg Z2 benötigt man 3*4 von R1.

B Richtig. Der Rechenweg ist immer derselbe. Ich werde hier die Rechnungen weglassen. Im Video erkläre ich einmal die retrograde Berechnung.

C Richtig

D Falsch

E Falsch

Aufgabe 41

Also wenn man nicht weiß, wie man das über eine Formel berechnet, dann kann man einfach „*0,96“ so lange in seinen Taschenrechner hacken, bis die 0,5 unterschritten wird.

Schneller geht es aber mit Formel:

$$K * 0{,}96^n = 0{,}5$$

K können wir zu eins setzen. Gesucht ist n.

$$log_{0,96} * 0{,}5 = n = 16{,}9797$$

Du hättest also 17 mal „*0,96“ in deinen Taschenrechner hacken müssen. Für 100 Rohpunkte ein guter Deal!

Aufgabe 42

Gesucht ist die Fläche zwischen den Funktionen. Du musst f(x) von g(x) abziehen und zwischen 0 und 16 integrieren. Die Schnittpunkte mit der X-Achse brauchst du nicht beachten. Gäbe es Schnittpunkte zwischen den beiden Funktionen, müßtest du diese beachten. Die zu integrierende Funktion lautet

$$0{,}6x + 12{,}5 - 0{,}6x^2 + 9x - 12{,}5 = -0{,}6x^2 + 9{,}6x$$

$$\int_0^{16} -0{,}6x^2 + 9{,}6x = [-0{,}2x^3 + 4{,}8x^2]_0^{16} = -(-0{,}2 * 16^3 + 4{,}8 * 16^2) = 409{,}6$$

Jetzt eine sehr fiese Falle: In der Aufgabenstellung steht, dass das Stück von BEIDEN Seiten lackiert werden soll. Der Preis ist also $409{,}6 * 2{,}5 * 2 = 2048$.

Aufgabe 43

Da Lösungen mit dem Simplex-Algorithmus sehr rechenintensiv sind, ist es doch sehr unwahrscheinlich, dass mehrere Simplex-Schritte durchzuführen sind. Hier kannst du Zeit sparen und kannst die Lösung direkt ablesen:

An der ersten Nebenbedingung kannst du sehen, dass du maximal 4 x2 nutzen darfst. An der zweiten siehst du, dass du maximal 4 x1 nutzen darfst und x1 gegen 2 x2 tauschen kannst. An der Zielfunktion siehst du, dass es sich nicht lohnt, 1 x1 gegen 2 x2 zu tauschen. Also solltest du 4 x1 verwenden und hast den maximalen Wert von 80 erreicht.

Aufgabe 44

Wir haben eine Betragsfunktion, also musst du 2 Funktionen integrieren, einmal von -3 bis 0 und einmal von 0 bis 13.

$$\int_{-3}^{0} -8x + \int_0^{13} 8x = [-4x^2]_{-3}^{0} + [-4x^2]_0^{13} = 36 + 676 = 712$$

Teil Statistik

Aufgabe 7

A Richtig

B Falsch. Dies sind Merkmalsausprägungen.

C Richtig

D Richtig

E Falsch

Aufgabe 8

A Falsch. Die Standardabweichung ist 1,78. Dass 4 viel zu hoch ist, sieht man schnell an den Daten. Den Mittelwert kann man auf ca. 3-5 schätzen. Davon weichen die Daten nicht stark genug ab, um eine Standardabweichung von 4 zu erzeugen.

B Richtig

C Falsch. Man muss für den Median die Werte der Größe nach ordnen: 2,3,3,5,7. Der Medin ist 3.

D Richtig. $1{,}78/4 = ca.\,0{,}45$

Aufgabe 9

A Falsch

B Richtig

C Richtig. Wie B nur mit Formel.

D Falsch

E Falsch

Aufgabe 10

A Richtig

B Richtig. Achtung: Er wird nicht geprüft mit der Maschine. Er ist tatsächlich echt. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist gegeben.

C Falsch. Folgende Überlegung zum Verständnis: Angenommen, man prüft alle Scheine: Dann blinkt die Lampe im Schnitt bei 15*95% falschen Scheinen und bei 9985*10% echten Scheinen. Da gegeben ist, dass die Lampe blinkt haben wir 14,25+998,5=1012,75 mögliche Fälle. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Schein falsch ist, ist also

$$\frac{14{,}25}{1012{,}75} = 0{,}01407$$

D ist richtig.

E Falsch

Aufgabe 11

A Falsch. Der Erwartungswert ist

$$\frac{-2 + 1 + 3}{4} = 0{,}5$$

B Richtig

C Falsch

D Richtig. Jede Ausprägung hat dieselbe Häufigkeit/Wahrscheinlichkeit.

E Falsch. Die Binomialverteilung ist keine Gleichverteilung.

Aufgabe 12

A Richtig. Wobei sie nicht bestätigt, sondern nur widerlegt werden kann. Aber ich denke das ist genug, damit „überprüfen“ richtig ist.

B Richtig.

C Falsch. Das ist 1-α.

D Falsch. Der Fehler 2ter Art ist die Nichtablehnung einer falschen Nullhypothese.

E Richtig. Wenn man den Fehler 1.Art verringert weil man mehr Nullhypothesen annimmt, dann sinkt die Wahrscheinlichkeit, dass man eine richtige Nullhypothese ablehnt(weil man ja nicht so schnell ablehnt).

Aufgabe 13

A Falsch. Es sollen hier keine Mittelwerte verglichen werden.

B Falsch. Damit werden Varianzen untersucht.

C Richtig. Dichotome Grundgesamtheit und nur 2 mögliche Merkmalsausprägungen.

D Falsch. Die zu testende Hypothese sollte die Alternativhypothese sein. Diese kann angenommen werden wenn die Nullhypothese abgelehnt werden kann.

E Richtig. Siehe D.

Aufgabe 14

A Richtig.

B Richtig.

Die Testgröße ist:

$$\frac{(35-24)^2}{24}+\frac{(25-36)^2}{36}+\frac{(5-16)^2}{16}+\frac{(35-24)^2}{24}=21$$

C Falsch. Diese ist $\chi^2_{a;n-1} = \chi^2_{0,95;1} = 3{,}841$

D Richtig. Die Prüfgröße ist größer als 3,841.

E Falsch

Aufgabe 45

Man kann davon ausgehen, dass die beiden Merkmale unabhängig sind. Daher können Erwartungswert und Varianz addiert werden.

Das Gesamtgewicht ist dann normalverteilt mit Erwartungswert 110 und Varianz 0,36.

Du musst standardisieren:

$$Z=\frac{111{,}2-110}{\sqrt{0{,}36}}=2$$

$$P(Z>2)=1-P(Z\leq 2)$$

Aus der Tabelle der Standardnormalverteilung liest man für 2 den Wert 97,725% ab. Die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist also 2,275%.

Aufgabe 46

Für die letzte Aufgabe ist diese leider sehr rechenintensiv. Mit Excel hat man es leichter:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
xi	0,5	0,6	1	1,4	1,8	3,6	5,7	9,4	13	37
yi	5	28	68	77	48	48	98	96	99	567
xi*xi	0,25	0,36	1	1,96	3,24	12,96	32,49	88,36	169	309,62
xi*yi	2,5	16,8	68	107,8	86,4	172,8	558,6	902,4	1287	3202,3

Die Mittelwerte sind 4,11 für x und 36 für y.

Jetzt haben wir alle Werte für die Formel:

$$b = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}$$

$$b = \frac{3202{,}3 - 9 * 4{,}11 * 36}{309{,}62 - 9 * 4{,}11^2} = 5{,}5329$$

Teil Mathematik 3/2018

Aufgabe 1

A Falsch. Der Betrag ist $\sqrt{1^1 + 6^2 + 7^2} = \sqrt{86}$

B Richtig. $\sqrt{5^2 + 6^2} = \sqrt{6^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{61}$

C Falsch. Die innere Ableitung fehlt.

D Richtig. Hier muss man die Ketten- und die Produktregel verwenden.

$$0{,}8 * e^{0{,}8x} * e^{2x} + 2e^{2x} * e^{0{,}8x} = 2{,}8e^{2{,}8x}$$

E Falsch. Den Fehler entdeckt man schon bei der zweiten Ableitung nach x:

$$f'(x) = e^x + 9x^2 + 2y - 5y$$

$$f''(x) = e^x + 18x$$

Aufgabe 2

A Falsch. Da musst du nicht rechnen: Die Fläche ist von a abhängig und kann keinen festen Wert 27 annehmen.

B Richtig. Die Stammfunktion ist x^2. Für 5 erhält man 25 und für $\sqrt{2}$ erhält man 2. Die Differenz ist 23.

C Falsch. Du solltest F(x) ableiten- das ist einfacher. Dann fehlt (b+2) im zweiten Term. Die korrekte Ableitung wäre

$$\frac{1}{2ax^2} + \frac{(b+2)3}{7} * x^{b+3}$$

D Falsch. Die Ableitung wäre:

$$f(x) = \frac{1}{2} * 2x * e^{x^2}$$

E Richtig. Auch das findet man durch Ableiten der Funktion

$$-\frac{1}{6} * x^{-3}$$

heraus.

Aufgabe 3

A Richtig. Das sieht man schon an den Vorzeichen der ersten beiden Komponenten. Damit die Summe der beiden ersten Komponenten (mit α und β multipliziert) null wird, müssen α und β unterschiedliche Vorzeichen haben. Dann können aber die beiden zweiten Komponenten (mit α und β multipliziert) nicht mehr null ergeben. Klingt jetzt vielleicht etwas verwirrend, aber ich finde Zeitersparnis recht wichtig. Deshalb werde ich das im Video nochmal erklären.

B Falsch. Diese Multiplikation würde ein Skalar ergeben.

C Richtig. Das Skalarprodukt ist 0.

$$-\frac{1}{3} * 0{,}625 + \frac{1}{6} * 0{,}25 + \frac{1}{12} * 2 = 0$$

D Falsch. Die Norm (der Betrag) des Vektors ist:

$$\sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 + 5^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = 5{,}20$$

E Richtig. Die einzelnen Komponenten von a sind jeweils kleiner als die von b.

Aufgabe 4

A Falsch. Die Nullstellen kann man ablesen. Die Darstellungsform ist immer (x-Nullstelle).

B Richtig. Da keiner der drei Klammerausdrücke negativ ist, kann auch das Produkt aus ihnen nicht negativ sein.

C Falsch. Auch hier muss man nicht rechnen. Wenn die Nullstellen gleichzeitig Extremwerte sind, dann sind es doppelte Nullstellen. Und die Funktion hat nur drei Nullstellen.

D Richtig. Dazu musst du nun doch die zweite Ableitung bilden:

$$f'(x) = 3x^2 - 12x - 9$$

$$f''(x) = 6x - 12$$

Bei x=2 liegt eine Nullstelle vor und damit ein Wendepunkt.

E Falsch. Ist die zweite Ableitung negativ, dann ist die Funktion konkav.

$$f''(x \leq 0) < 0$$

Aufgabe 5

A Richtig.

B Falsch. Das würde für g(x=) gelten. f(x) ist punktsymmetrisch.

C Richtig. Kann man an der Grafik ablesen.

D Falsch. Es handelt sich bei a um einen Hochpunkt (f'(x)=0) aber nicht um einen Sattelpunkt (f''(x)=0).

E Richtig. G'' ist ja gleich g'. Und g(x) hat bei b einen Tiefpunkt.

Aufgabe 6

A Falsch. Die Matrixmultiplikation ist nur möglich wenn gilt: Spaltenzahl der ersten Matrix = Zeilenzahl der zweiten Matrix.

B Falsch

C Falsch

D Richtig. Da es keine Aussage „keine der Aussagen ist richtig" gibt, muss man auch nicht nachrechnen.

E Richtig. Die Matrix ist transponiert, also dieselbe wie in D.

Aufgabe 41

Du kannst folgende Gleichung aufstellen:

$$89787 * (1 + i)^2 = 120000$$

$$i = \sqrt{\frac{120000}{89787}} - 1 = 13{,}5\%$$

Aufgabe 42

Die Funktion, die die Fläche einschließt ist g(x)-f(x)=h(x)

$$h(x) = 12x - 0{,}6x^2$$

Die Stammfunktion lautet:

$$H(x) = 6x^2 - 0{,}2x^3 + c$$

Für 20 erhält man den Wert

$$2400 - 1600 = 800$$

Achtung! Es müssen beide Seiten lackiert werden.

Die Kosten betragen $800 * 1{,}15 * 2 = 1840$

Aufgabe 43

Man kann die Lösung ablesen. An den Nebenbedingungen sieht man, dass man x1 nicht gegen mehr x2 tauschen kann und x1 erhöht die Zielfunktion 3 mal so stark wie x2.Daher sollte nur x1 hergestellt werden und zwar 12 Stück (Nebenbedingung 1).

Aufgabe 44

Die Stammfunktion zu 3,75x lautet

$$\frac{3{,}75}{2}x^2$$

Aufgrund der Betragsstriche muss aber über zwei Funktionen integriert werden. Du erhälst:

$$\int_{-4}^{0} -3{,}75x + \int_{0}^{16} 3{,}75x$$

$$= 0 - \left(\frac{3{,}75}{2} * 16\right) + \frac{3{,}75}{2} 256 = 510$$

Teil Statistik

Aufgabe 7

A Richtig.

B Falsch. Dies sind qualitative Merkmale.

C Richtig

D Falsch. Alle drei können beliebig genau ermittelt werden und sind daher stetig.

E Richtig

Aufgabe 8

A Richtig. Der Modalwert ist der Wert, der am häufigsten vorkommt. Hier die 7.

B Falsch

C Falsch. Der Größe nach angeordnet erhält man 1 1 2 3 3 7 7 7 8 10. Der Medin ist der Mittelwert aus dem 5. und 6. Wert, also 3*7/10=5

D Richtig. Summe aller Ausprägungen durch Anzahl der Ausprägungen= 4,9

E Falsch. Die Varianz vervierfacht sich.

Aufgabe 9

A Falsch. Das wäre der Spearmannsche Korrelationkoeffizient.

B Richtig

C Falsch. Das ist eine fiese Frage… Auf einer Gerade liegen sie nämlich auch wenn der Korrelationskoeffizient -1 ist.

D Falsch. Jeder Zusammenhang kann zufällig sein.

E Falsch.

Aufgabe 10

A Falsch. Ich empfehle hier alle Wahrscheinlichkeiten als Flächen zu betrachten. P(X)+P(Y) ist die Fläche X plus die Fläche Y. Z ist die Schnittmenge aus X und Y. Bei P(X)+P(Y) ist die Schnittmenge doppelt enthalten. Bei P(X$\cup$Y) ist die Schnittmenge doppelt enthalten. Z muss also hinzuaddiert werden und nicht subtrahiert.

B Richtig. Z ist Teilmenge von Y und nur bei Gleichheit der beiden genauso groß wie Y aber niemals größer.

C Richtig

D Richtig

E Falsch

Aufgabe 11

A Falsch. A kann auch den Wert null annehmen.

B Falsch. x steht nicht im Exponenten.

C Richtig (Einsetzen).

D Falsch. Eine Regressionsfunktion muss nicht linear sein.

E Falsch

Aufgabe 12

A Falsch. $\frac{-2+0+1+3}{4} = 0{,}5$

B Richtig

C Falsch

D Richtig. Alle Ausprägungen treten mit derselben Wahrscheinlichkeit ein.

E Nein. Die Binomialverteilung ist keine Gleichverteilung.

Aufgabe 13

Immer, wenn die Abweichung in nur eine Richtung untersucht werden soll.

A Richtig

B Falsch

C Richtig

D Falsch

E Richtig

Aufgabe 14

A Richtig. N=20 ist klar. P=0,5 ist offensichtlich nicht gegeben, aber gilt für die Nullhypothese.

B Richtig. Die Werte kannst du aus der Tabelle der Binomialverteilung ablesen.

C Falsch.

D Richtig. 5 mal ist A größer als B.

E Doch. 5 fällt nicht in das 6-14 Intervall.

Aufgabe 45

Diese Aufgabe kam bisher in jeder Klausur der letzte Jahre. Genau dieselbe übrigens in 9/2017.

Erst musst du Erwartungswert und Varianz ermitteln. Die kann man als Summe der Einzelwerte ermitteln, da die drei Merkmale unabhängig identisch verteilt sind.

Für das Intervall erhält man:

$$P(3200 < B < 3800) = P\left(\frac{3200 - 3600}{\sqrt{30276}} < Z < \frac{3800 - 3600}{\sqrt{30276}}\right)$$

$$= P(-2{,}2989 < Z < 1{,}1494) = 86{,}392\%$$

Aufgabe 46

Der Median ist der Wert, an dem die Stammfunktion den Wert 0,5 erreicht.

$$\frac{1}{100} * (x - 2)^2 = 0{,}5$$

$$x = \sqrt{50} + 2 = 9{,}07$$