

**Dieses Skript ist urheberrechtlich geschützt. Ich behalte mir alle Rechte vor. Eine Vervielfältigung ist nicht gestattet und strafbar.**



## **Hinweise zum Skript „Investition und Finanzierung“**

Der Aufbau des Skriptes orientiert sich an den Inhalten des Fernuni Skriptes. Die Schwerpunkte wurden auf Inhalte gelegt, die in den Klausuren der letzten Jahre getestet wurden. Der Aufbau ist

- 1) Zusammenfassung
- 2) Beispiele
- 3) Übungsaufgaben

Da es sich um eine Zusammenfassung handelt, kann das Skript natürlich die Fernuni-Unterlagen nicht ersetzen. Ich empfehle dir, die Unterlagen der Fernuni und dieses Skript parallel durchzuarbeiten. Sehr wichtig ist es auch, das Übungsprogramm der Fernuni zu nutzen. .

Du benötigst für dieses Skript kaum Vorkenntnisse. Solltest du dennoch Verständnisprobleme haben, kannst du mir gerne eine email an [soenke@fernuni-online.de](mailto:soenke@fernuni-online.de) senden oder im Forum eine Frage stellen. In der Regel beantworte ich Fragen per email oder im Forum innerhalb von 48 Stunden.

Viel Spaß beim Lesen und viel Erfolg bei der Klausur!

Soenke Semmelhaack



## **Inhalt**

<b>1.0 Institutionelle Grundlagen</b>	<b>7</b>
Aufgaben zu 1.0	27
Lösungen zu 1.0	31
<b>2.0 Grundlagen der Finanzierung</b>	<b>35</b>
Aufgaben zu 2.0	72
Lösungen zu 2.0	81
<b>3.0 Finanzmathematische Grundlagen</b>	<b>93</b>
Aufgaben zu 3.0	106
Lösungen zu 3.0	108
<b>4.0 Grundlagen der Investitionstheorie</b>	<b>111</b>
Aufgaben zu 4.0	134
Lösungen zu 4.0	139
<b>5.0 Grundlagen der Entscheidungstheorie</b>	<b>146</b>
Aufgaben zu 5.0	176
Lösungen zu 5.0	186
<b>6.0 Das Bernoulli-Prinzip</b>	<b>198</b>
Aufgaben zu 6.0	207
Lösungen zu 6.0	210



## 1.0 Institutionelle Grundlagen

In diesem Kapitel musst du sehr viel auswendig lernen. Besonders die Haftungspflichten und Ausschüttungen einer AG werden oft geprüft.

### 1.1 Rechtsformen:

Bei Rechtsformen von Unternehmungen kann zwischen Personengesellschaften und Kapitalgesellschaften unterschieden werden:

- **Personengesellschaften:** Offene Handelsgesellschaft (OHG) und Kommanditgesellschaft (KG). Bei einer Personengesellschaft schließen sich mehrere Privatpersonen zusammen, um unter dem Dach der Personengesellschaft unternehmerisch tätig zu werden. Dies bedeutet für die Gesellschafter eine enge Bindung untereinander und an die Unternehmung. (Ein Ausstieg aus der Gesellschaft oder ein Verkauf der Anteile ist kurzfristig kaum möglich). Für jeden Gesellschafter werden gesonderte Konten geführt, auf denen die Einlage sowie die Gewinn- und Verlustanteile verbucht werden. Personengesellschaften sind keine juristischen Personen, können aber Träger von Rechten und Pflichten sein.

- **Kapitalgesellschaften:** Eine AG ist eine sogenannte Körperschaft des privaten Rechts und eine eigenständige juristische Person - also auch Träger von Rechten und Pflichten. So muss auch die Gesellschaft selber Steuern entrichten. Diese Unternehmung gehört wiederum den Gesellschaftern. Gesellschafter einer Kapitalgesellschaft sind aber weniger unternehmerisch tätig als die einer Personengesellschaft. Sie sind eher Inhaber eines Wertpapiers (also reine Kapitalgeber) als aktive Gesellschafter.

Für alle Gesellschaftsformen gibt es vom Gesetzgeber **zwingende Regelungen** und Regelungen, die nur gelten, wenn im Gesellschaftsvertrag nichts Anderes vereinbart wird (**dispositives Recht**).

Die wichtigsten Gesellschaftsformen sind:

- **Die Offene Handelsgesellschaft(OHG):** Zwei oder mehr natürliche Personen schließen sich zusammen, um gemeinsam eine Unternehmung zu betreiben. Die OHG ist eine Personengesellschaft.

- **Die Kommanditgesellschaft (KG):** Zwei oder mehr natürliche oder juristische Personen schließen sich zusammen, um eine Unternehmung zu betreiben. Das besondere ist, dass eine natürliche oder juristische Person Komplementär ist und die Gesellschaft leitet und persönlich haftet. Die anderen Gesellschafter sind Kommanditisten. Diese haben keine Geschäftsführungsbefugnis und haften nur mit ihrer Einlage. Die KG ist eine Personengesellschaft.

- **Die Gesellschaft mit beschränkter Haftung (GmbH):** Die GmbH ist eine juristische Person und haftet für ihre Verbindlichkeiten nur mit ihrem Gesellschaftsvermögen. Die GmbH ist eine Kapitalgesellschaft.

- **Die Aktiengesellschaft (AG):** Die AG ist eine Kapitalgesellschaft. Das Kapital der AG ist in Aktien aufgeteilt.

Organe der Aktiengesellschaft:

- Der **Vorstand** besteht aus einer oder mehreren Personen und leitet die Geschäfte der AG. Der Vorstand wird von dem Aufsichtsrat bestellt.

- Der **Aufsichtsrat** bestellt, überwacht und setzt den Vorstand ab. Der Aufsichtsrat wird von der Hauptversammlung gewählt.

- Die **Hauptversammlung** besteht aus den Aktionären. Sie entscheidet über die Verwendung des Bilanzgewinns, über Satzungsänderungen und über Kapitalbeschaffung oder Kapitalherabsetzung.

Wichtige Eigenschaften dieser Gesellschaftsformen werden später in diesem Skript behandelt.

Mit den verschiedenen Rechtsformen einer Unternehmung können auch verschiedene rechtliche Rahmenbedingungen einhergehen – dazu mehr im nächsten Kapitel. In Deutschland kann die Rechtsform generell frei gewählt werden, solange die notwendigen Bedingungen erfüllt werden.

## Exkurs: Buchungstechnische Grundlagen

Ich möchte hier kurz die Grundlagen des Eigenkapitals erläutern:

Bei **Personengesellschaften** werden für jeden Gesellschafter 2 Konten geführt: Das Kapitalkonto (Kapitalkonto 1), auf dem die Einlage gebucht wird und das Privatkonto (Kapitalkonto 2), auf dem Gewinn- und Verlustanteile gebucht werden. Es ist auch möglich, dass nur ein Kapitalkonto pro Gesellschafter geführt wird, wo dann Einlagen sowie Gewinn- und Verlustanteile gebucht werden.

Bei **Kapitalgesellschaften** wird das Eigenkapital nicht auf die einzelnen Aktieninhaber aufgeteilt. Die AG ist eine juristische Person, die das Kapital selber besitzt. Folgende Bilanzpositionen solltest du für die Klausur kennen:

- **Das gezeichnete Kapital:** Dies entspricht der Aktienanzahl/GmbH-Anteilen multipliziert mit deren Nennwerten.
- **Die Kapitalrücklage:** Diese entsteht, wenn Aktien über ihrem Nennwert emittiert werden, neue Gesellschafter also mehr Kapital in die Gesellschaft einbringen, als im gezeichneten Kapital erfasst ist.
- **Die Gewinnrücklage:** Diese entsteht durch Kapital, das dem Unternehmen durch selbst erwirtschaftete Vermögenszuwächse zufließt. "Rücklage" ist ein rein buchungstechnischer Ausdruck - es bedeutet also nicht, dass Kapital zurückgelegt wird und in Krisenzeiten als Reserve dienen könnte.
- **Der Verlustvortrag:** Hier werden angefallene Verluste verbucht.
- **Den Jahresüberschuss /-fehlbetrag:** Das Ergebnis der aktuellen Periode. Über die Verwendung des Jahresüberschusses /-fehlbetrages entscheidet der Vorstand.
- **Den Bilanzgewinn:** Der Bilanzgewinn entspricht dem Jahresüberschuss /-fehlbetrag zuzüglich der Bildung bzw. Auflösung von Rücklagen sowie der Bildung bzw. Auflösung von Gewinn- oder Verlustvorträgen. Über die Verwendung des Bilanzgewinns entscheidet die Hauptversammlung.

## 1.2 Einlage- und Haftungspflichten

### Einlageregelungen

Einlagen sind Bareinlagen oder Sacheinlagen, die von den Gesellschaftern in die Gesellschaft eingebracht werden, damit diese ihre Geschäftstätigkeit aufnehmen kann.

- Bei Personengesellschaften kann die Art und Höhe der Einlagen grundsätzlich frei vereinbart werden.

- Bei Kapitalgesellschaften gilt für Einlagen:

Generell wird zwischen Nennwertaktien und Stückaktien unterschieden. Nennwertaktien haben einen fest vorgegebenen Nennwert, mit dem sie in der Bilanz verbucht werden. Stückaktien haben keinen Nennwert. Stattdessen haben Stückaktien einen „fiktiven Nennwert“, der sich als Quotient aus gezeichnetem Kapital und Anzahl der Stückaktien ergibt.

Für Nennwertaktien gelten folgende Regelungen:

- 1) Ein Mindestnennwert von 1 Euro pro Aktie bzw. pro GmbH Geschäftsanteil.
- 2) Die Einlage muss mindestens 50.000€ bei Aktiengesellschaften und mindestens 25.000€ bei GmbHs betragen.
- 3) Aktien dürfen nicht unter ihrem Nennwert emittiert werden (unter-pari Emission). Eine Emission über pari ist dagegen gestattet. Der Differenzbetrag (das Agio) wird in die Kapitalrücklage gebucht.
- 4) Einlagen müssen aber nicht sofort erbracht werden. Im Einzelnen gilt:  
Sacheinlagen und Agio müssen sofort zu 100% erbracht werden, der Nennbetrag aber nur zu 25%.

Für Stückaktien gelten dieselben Regelungen wie für Nennwertaktien (an die Stelle des Nennwertes tritt der fiktive Nennwert).

## Haftungsregelungen

Die Haftungsregelungen sind mit die wichtigsten Kriterien bei der Wahl der Rechtsform. Prinzipiell ist die Haftung bei Personengesellschaften stärker als bei Kapitalgesellschaften, unterscheidet sich aber je nach Gesellschaftstyp.

**Offene Handelsgesellschaft (OHG):** Bei der OHG haften alle Gesellschafter persönlich und unbegrenzt. Außerdem haften alle Gesellschafter solidarisch bzw. gesamtschuldnerisch - jeder Gesellschafter haftet also persönlich für die gesamten Verbindlichkeiten der Gesellschaft und nicht nur für seinen Anteil. Kann ein Gesellschafter seinen Verbindlichkeiten nicht nachkommen, so haften die anderen Gesellschafter für diesen Anteil mit.

**Kommanditgesellschaft (KG):** Bei der KG haftet der Komplementär persönlich. Seine Rechtsstellung ist diesbezüglich dieselbe wie die eines OHG Gesellschafters.

Die Kommanditisten haften mit ihrer Einlage. Wurde die Einlage nicht erbracht, so haften die Kommanditisten mit ihrem Privatvermögen, aber ebenfalls begrenzt auf die Höhe ihrer nicht erbrachten Einlage.

**GmbH und AG:** Bei Kapitalgesellschaften ist die Haftung auf das Vermögen der Gesellschaft beschränkt. Sie haftet als eigenständige juristische Person. Die Eigentümer der Gesellschaft haften nicht mit ihrem Privatvermögen. Bei GmbHs kann unter den Gesellschaftern eine Nachschusspflicht vereinbart werden, wodurch die Haftung über das Vermögen der Gesellschaft hinaus auf die Nachschusspflicht erweitert werden würde. Der Nachschuss muss aber von der Gesellschaftsversammlung beschlossen werden, was im Insolvenzfall keinen Sinn machen würde.

## Haftung und Kreditwürdigkeit

Bei der Rechtsformwahl ist einerseits eine möglichst geringe Haftung für die Gesellschafter von Vorteil. Es bestehen aber auch Nachteile. Und zwar ist es für eine Unternehmung mit geringer Haftung schwieriger oder teurer Kredite aufzunehmen, da das Risiko für die Kapitalgeber sinkt, je stärker der Schuldner haftet. So erhalten z.B. kleine GmbHs mit minimalem Stammkapital schwieriger einen Kredit, als eine OHG mit 10 Gesellschaftern, die jeweils über beträchtliche Vermögenswerte verfügen.

## 1.3 Gewinn- und Entnahmeregelungen

### Gewinnbeteiligung

#### Personengesellschaften

Personengesellschaften können ihre Gewinnbeteiligungen im Gesellschaftsvertrag regeln. Sollte eine solche Regelung nicht vorhanden sein, gilt folgende gesetzliche Regelung:

- Jedem Gesellschafter wird ein Gewinnanteil von 4% seines Kapitalanteils zugerechnet. Reicht der Gewinn dafür nicht aus, so wird der maximal mögliche Gewinn angerechnet. Übersteigt der Gewinn die 4%, so werden die überschüssigen Gewinne nach Köpfen verteilt. Angefallene Verluste werden ebenfalls nach Köpfen verteilt.

Für Kommanditisten gilt zusätzlich folgende Regelung:

- Verluste werden den Kommanditisten nicht zugerechnet, wenn die Summe aus erbrachter und ausstehender Einlage dadurch unter Null sinken würde.
- Gewinne werden nur solange dem Kapitalanteil zugerechnet, bis dieser den vereinbarten Einlagenbetrag erreicht.

## Kapitalgesellschaften

Bei Kapitalgesellschaften wird der Gewinn nicht den Gesellschaftern zugerechnet, sondern ausschließlich auf Ebene der Gesellschaft verbucht. Dabei sind folgende Vorgaben zu beachten:

- **Gewinnvortrag:** Die Gesellschafterversammlung der GmbH oder die Hauptversammlung der AG kann beschließen, den Gewinn der abgelaufenen Periode nicht auszuschütten, sondern in die kommende Periode vorzutragen. Damit wird der Gewinn der kommenden Periode erhöht. Bei Verlusten kann ebenso ein Verlustvortrag beschlossen werden.

- **Gewinnrücklagen:** Eine AG muss gewisse gesetzliche Gewinnrücklagen bilden und kann darüber hinaus eigene Rücklagen beschließen. Dazu gibt es folgende Regelungen:

5% des um einen eventuellen Verlustvortrag verminderten Jahresüberschusses muss in die gesetzliche Gewinnrücklage eingestellt werden, solange gesetzliche Rücklage und Kapitalrücklage zusammen nicht mehr als 10% des Grundkapitals erreicht haben. Darüber hinaus können weitere Gewinnrücklagen bis maximal 50% des Restbetrages beschlossen werden.

- Es ist möglich, Gewinn- oder Verlustrücklagen aufzulösen und so den Bilanzgewinn oder -verlust zu verändern.

**Hinweis:** Die Regelung zu Gewinnrücklagen wurde schon oft geprüft.

Für eine GmbH gibt es keine Pflicht zur gesetzlichen Gewinnrücklage.

### **Entnahme- und Ausschüttungsregelungen**

Bei den Regelungen zu Ausschüttungen und Entnahmen muss zwischen Aspekten des

- Außenverhältnisses und des

- Innenverhältnisses

unterschieden werden.

### **Außenverhältnis**

Regelungen bezüglich des Außenverhältnisses betreffen hauptsächlich den Gläubigerschutz. Diese werden schlechter gestellt, wenn eine Gesellschaft ihr Kapital durch Ausschüttungen oder Entnahmen herabsetzt.

### **Innenverhältnis**

Im Innenverhältnis wird zwischen den Gesellschaftern geregelt, wer wann wie viel entnehmen darf.

Grundsätzliche gesetzliche Richtlinien:

- Ausschüttungen dürfen maximal in der Höhe des Bilanzgewinns vorgenommen werden.

- Verluste vorangegangener Perioden müssen aber vorerst ausgeglichen werden.

- Gewinne vorangegangener Perioden dürfen nur nach Aufrechnung mit aktuellen Verlusten ausgeschüttet werden.

Neben dieser grundsätzlichen Richtlinie gibt es für einige Gesellschaften Sonderregelungen:

- **OHG:** Das Entnahmerecht kann im Gesellschaftervertrag frei gestaltet werden.

Eine häufige Regelung ist:

- Jeder Gesellschafter darf p.a. 4% seines Kapitals entnehmen - unabhängig vom Jahresergebnis.

- Ist ein Gewinn über 4% angefallen, so darf auch dieser entnommen werden, wenn alle Gesellschafter damit einverstanden sind.

- **Kommanditgesellschaft:** Hier existiert keine Ausschüttungssperre, da die Kommanditisten sowieso mit ihrer Einlage haften. Ist diese aufgrund von Entnahmen oder Ausschüttungen nicht voll erbracht, so haftet der Kommanditist begrenzt mit seinem Privatvermögen.

Für Komplementäre gilt dasselbe Recht wie für OHG-Gesellschafter. Kommanditisten haben ein Recht auf Ausschüttung ihres Gewinnanteils, wenn dadurch ihr Kapitalanteil nicht unter den vereinbarten Einlagebetrag fällt.

- **Aktiengesellschaft:** Bei AGs errechnet sich der zulässige Ausschüttungsbetrag wie folgt:

Laufender Gewinn

+ Gewinne der Vorperioden

- Verluste der Vorperioden

- gesetzliche Rücklagen

+ Auflösung von Kapitalrücklagen und gesetzlichen Rücklagen

- Ausschüttungen der Vorperioden

- Erhöhung der gesetzlichen Rücklage

= maximal zulässiger Ausschüttungsbetrag

- **GmbH:** Bei einer GmbH darf das Stammkapital von 25.000€ durch Ausschüttungen nicht unterschritten werden. Ansonsten gilt die Regel für den Ausschüttungsbetrag von Aktiengesellschaften.

### 1.4 Aktienrechtliche Rücklagen bei Kapitalgesellschaften

Bei der Bildung von Gewinnrücklagen einer Aktiengesellschaft muss zwischen zwei Ebenen unterschieden werden. Auf der ersten Ebene entscheidet der Vorstand des Unternehmens über die Verwendung des Jahresüberschusses und kann Rücklagen bilden, auf der zweiten entscheidet die Hauptversammlung über die Verwendung des Bilanzgewinns und kann daraus Rücklagen bilden.

Vor der Bildung von Gewinnrücklagen muss der Periodengewinn dazu verwendet werden, einen evtl. bestehenden Verlustvortrag des Vorjahres auszugleichen.

Der Vorstand ist zunächst verpflichtet, 5% des Unternehmensgewinns in die gesetzlichen Rücklagen einzustellen. Diese Verpflichtung entfällt, wenn die gesetzliche Rücklage und die Kapitalrücklagen zusammen 10% des Grundkapitals überschreiten (Achtung: In den bisherigen Klausuraufgaben hat die Fernuni nur die gesetzlichen Rücklagen bei der Berechnung der 10% Quote berücksichtigt. Sogenannte "freie Rücklagen" finden dabei keine Beachtung). Vom übrigen Gewinn kann er bis zu 50% in die Gewinnrücklagen einstellen. Über den restlichen Gewinn(Bilanzgewinn) entscheidet die Hauptversammlung, die wiederum entscheiden kann, den Gewinn auszuschütten oder in die Gewinnrücklage einzustellen.

Es sind also folgende 2 Szenarien denkbar, in denen sich Vorstand und Hauptversammlung über die Gewinnverwendung uneinig sind:

- 1) Der Vorstand möchte möglichst niedrige Ausschüttungen, die Hauptversammlung möchte möglichst hohe Ausschüttungen. Der Vorstand ist in der Lage, neben der gesetzlichen Rücklage 50% des restlichen Gewinns in die Gewinnrücklagen einzustellen. Den Rest kann die Hauptversammlung ausschütten.
- 2) Der Vorstand möchte möglichst hohe Ausschüttungen, die Hauptversammlung möchte möglichst niedrige Ausschüttungen. Nun kann der Vorstand den um die gesetzliche Rücklage verminderten Gewinn komplett zur Ausschüttung empfehlen, die Hauptversammlung ist aber in der Lage, den gesamten übrigen Gewinn in die Rücklagen einzustellen, sodass es nicht zu Ausschüttungen kommt.

**Beispiel:**

Eine Aktiengesellschaft weist folgende Positionen auf:

Grundkapital:	10.000T€
Gesetzliche Rücklage:	1.000T€
Freie Rücklage	700T€
Jahresüberschuss:	2.000T€
Verlustvortrag aus Vorjahr:	400T€

Der Vorstand möchte möglichst wenig Kapital ausschütten, die Hauptversammlung möglichst viel.

Eine Einstellung in die gesetzliche Rücklage entfällt, da die gesetzliche Rücklage mehr als 10% des Grundkapitals beträgt. Der um den Verlustvortrag des Vorjahres bereinigte Jahresüberschuss beträgt 1.600T€. Der Vorstand kann 50% davon in die Gewinnrücklage einstellen. Den Rest kann die Hauptversammlung an die Aktionäre ausschütten.

**Bilanzgewinn**

Oft wird in Klausuren nach dem Bilanzgewinn gefragt. Diesen errechnet man folgendermaßen:

Jahresüberschuss  
 +/- Gewinn- oder Verlustvortrag aus dem Vorjahr  
 - ggfs. Gesetzliche Rücklagenbildung  
 + Entnahmen aus der Kapitalrücklage  
 + Entnahmen aus Gewinnrücklagen  
 - Einstellungen in die Gewinnrücklagen  
 = Bilanzgewinn/Bilanzverlust

Der Bilanzgewinn ist der Betrag, über dessen Verwendung die Hauptversammlung entscheidet!

## 1.5 Unternehmensbesteuerung

Im Skript beschreibt die Fernuni ein hypothetisches Steuersystem, das das reale Steuersystem in seinen Grundzügen beschreibt. Ich möchte bei der Ertragssteuer I zwischen Kapital- und Personengesellschaften unterscheiden.

### - Ertragssteuer I

#### Kapitalgesellschaften

(Körperschaftssteuer und Einkommenssteuer): Kapitalgesellschaften müssen eine Körperschaftssteuer in Höhe von (i.H.v.) 15% des Gewinns zahlen. Ausgeschüttete Gewinne werden zusätzlich mit 25% besteuert. Es besteht die Möglichkeit, Pensionsrückstellungen von der Steuer abzusetzen. Personengesellschaften versteuern den ausgeschütteten Gewinn auf Gesellschafterebene als Einkommenssteuer.

#### Personengesellschaften

Die auf einen Gesellschafter entfallenen Gewinne werden mit dessen persönlichen Steuersatz besteuert. Werden Gewinne nicht ausgeschüttet, so besteht die Möglichkeit auf Antrag statt des persönlichen Steuersatzes die nicht ausgeschütteten Gewinne mit 30% zu besteuern und bei späterer Ausschüttung mit 25% zu versteuern. Der Steuersatz würde dann  $30\% + 0,70 \cdot 25\% = 47,5\%$  betragen, was höher sein sollte als der persönliche Steuersatz. Hinzu kommt aber, dass einbehaltene Gewinne verzinst werden können, wodurch die Wahl der 30/25 Variante vorteilhaft werden könnte.

Je nachdem, wie der Einkommenssteuersatz des einzelnen Gesellschafters ist, kann es steuerlich vorteilhaft sein, eine Kapitalgesellschaft zu nutzen oder eine Personengesellschaft.

- **Ertragssteuer II** (Gewerbeertragssteuer): Alle Gewerbetreibenden müssen Gewerbeertragssteuer zahlen. Bei Personen- und Kapitalgesellschaften wird diese Steuer auf Gesellschaftsebene gezahlt. Für Personengesellschaften besteht aber ein Freibetrag von 25.000€. Pensionsrückstellungen können von der Steuer abgesetzt werden.

Außerdem kann die Gewerbeertragssteuer durch folgende Vereinbarung zwischen Gesellschaftern und Gesellschaft verringert werden:

- Gesellschafterdarlehen,
- Arbeits- und Geschäftsführerverträge,
- Miet- Pacht- und Leasingverträge.

Schau dir hierzu unbedingt die Beispiele in der Kurseinheit an. Diese Thematik wird selten geprüft und wenn, dann kann man das nur in derselben Form wie in den Beispielen der Kurseinheit prüfen.

## 1.6 Rechnungslegung

Dieser Bereich wurde nur selten geprüft. Merke dir am besten folgende Punkte:

- Personengesellschaften müssen einen Jahresabschluss und eine GuV erstellen.
- Kapitalgesellschaften müssen zusätzlich einen Anhang erstellen.
- Kleine Kapitalgesellschaften müssen nur Bilanz und Anhang offenlegen.
- Mittelgroße und große Kapitalgesellschaften müssen zusätzlich einen Lagebericht erstellen.
- Für Personengesellschaften gilt eine Frist für die Aufstellung von „einem Zeitraum, der einem ordnungsgemäßen Geschäftsgang entspricht“. Für kleine Kapitalgesellschaften ist die Frist 6 für mittelgroße und große 3 Monate.
- Für große Kapitalgesellschaften gelten vorgeschriebene Gliederungsschemata, kleine und mittelgroße können eine Bilanz in verkürzter Form aufstellen.

## Prüfung und Offenlegung des Jahresabschlusses

- Für Personengesellschaften besteht keine Prüfungs- oder Offenlegungspflicht.
- Für große und mittelgroße Kapitalgesellschaften besteht Prüfungs- und Offenlegungspflicht. Kleine Kapitalgesellschaften müssen ihren Jahresabschluss nicht prüfen lassen, müssen ihn aber offenlegen.

## 1.7 Die GmbH & Co. KG

Bei der GmbH & Co KG ist der Komplementär der Kommanditgesellschaft eine GmbH. Die eigentlich unbeschränkte Haftung des Komplementärs wird also durch diese Gestaltung auf die maximale Haftung einer GmbH beschränkt. Daher muss der Zusatz „GmbH“ auch zwingend im Namen der GmbH & Co. KG auftauchen.

Die Gesellschaftsform hat die Vorteile der Haftungsbeschränkung und evtl. steuerliche Vorteile einer Personengesellschaft. Nachteil ist die meist schlechtere Bonität.

### 1.8 Die Doppelgesellschaft

Oft werden für eine Unternehmung mehrere Gesellschaften gegründet, die dann verschiedene Aufgaben übernehmen. So ist es möglich, dass eine Gesellschaft die Vermögensgegenstände besitzt und eine andere ausschließlich für den Vertrieb zuständig ist. Gründe für eine solche Aufspaltung ist eine Begrenzung der Haftung bzw. eine Begrenzung des Schadens im Insolvenzfall einer Firma. Es ist beispielsweise möglich, eine Firma für die riskanten Geschäfte zu gründen und diese mit minimalem Kapital auszustatten.

### 1.9 Gesellschafterdarlehen

Gesellschafterdarlehen sind eine sehr flexible Form der Finanzierung. Da die Gesellschafter meistens sehr gut über das Unternehmen informiert sind, gibt es auch nur wenige Informationsrisiken.

Das besondere an Gesellschafterdarlehen ist die rechtliche Behandlung: Nutzt ein Gesellschafter seinen Informationsvorsprung aus, um sich besser zu stellen als andere Gläubiger, so kann das Gesellschafterdarlehen im Insolvenzfall nachrangig behandelt werden. Weiß zum Beispiel ein Gesellschafter von der drohenden Insolvenz seines Unternehmens aufgrund von internen Informationen und lässt sich sein Darlehen zurückzahlen, so kann der Insolvenzverwalter dieses Kapital zurückfordern, solange es im Jahr der Konkurseröffnung ausgezahlt wurde.

### 1.10 Stille Gesellschafter

Ein stiller Gesellschafter ist im Innenverhältnis an der Gesellschaft beteiligt. Nach außen ist dies nicht ersichtlich. Auch aus der Bilanz geht eine stille Beteiligung nicht hervor. Die Einlage des stillen Gesellschafters wird unter „sonstigen Verbindlichkeiten“ verbucht. Der stille Gesellschafter hat Anspruch auf Gewinnbeteiligung, die aber in ihrer Höhe frei verhandelt werden kann. Im Insolvenzfall hat der stille Gesellschafter dieselben Ansprüche wie ein unbesicherter Gläubiger - er haftet also nicht wie die anderen Gesellschafter. Er verfügt über keine Geschäftsführungsbefugnisse und nur über sehr geringe Kontrollrechte.

Es gibt 2 Typen von stillen Gesellschaften: Die typische und die atypische stille Gesellschaft.

Die typische ist oben beschrieben. Werden dem stillen Gesellschafter dagegen:

- weitere Kontroll- und Mitwirkungsrechte eingeräumt,
- besondere Gewinnbeteiligungsansprüche eingeräumt,
- im Insolvenzfall nachrangige Ansprüche gegeben,

dann ist von einer atypischen Gesellschaft die Rede. Wie viele dieser Punkte erfüllt sein müssen, ist nicht eindeutig geregelt.

### 1.11 Umwandlung und Fusion von Unternehmen

Bei einer **Umwandlung** ändert sich die Rechtsform des Unternehmens. Motive hierfür könnten sein:

- Änderungen in der Gesellschafterstruktur.
- Wunsch nach anderen Haftungsbeschränkungen.
- Nutzung steuerlicher Vorteile.
- Wunsch, an einer Börse gelistet zu sein.

Bei einer **Fusion** schließen sich zwei bisher rechtlich getrennte Unternehmen zu einem Unternehmen zusammen.

#### Motive:

- Verringerung der Konkurrenzsituation.
- Erschließung neuer Märkte.
- Kostensenkung durch gemeinsame Nutzung vorhandener Kapazitäten (Synergieeffekte).
- Risikoreduktion durch Diversifikation der Beschaffungs- und Absatzwege.

Bei Fusionen unterscheidet man:

- **Horizontale Zusammenschlüsse:** Gleichartiges Leistungsprogramm der zusammenschließenden Unternehmen. (**Beispiel:** Porsche und VW fusionieren).
- **Vertikale Zusammenschlüsse:** Ein Unternehmen ist dem anderen in der Wertschöpfungskette vorgelagert. (**Beispiel:** Ein Ölförderer und ein Tankstellenbetreiber)
- **Heterogene Zusammenschlüsse:** Das Kerngeschäft der beiden Unternehmen ist grundsätzlich verschiedener Art. (**Beispiel:** Fusion von der Telekom mit BMW).

Bei einer Fusion müssen kartellrechtliche Richtlinien eingehalten werden. Kein Unternehmen darf eine marktbeherrschende Stellung erlangen.

Für Fremdkapitalgeber besteht bei einer Fusion die Gefahr, dass das neue Unternehmen eine schlechtere Bonität hat. Für Eigenkapitalgeber besteht die Gefahr, dass das neue Unternehmen weniger wert ist.

## Liquidation von Unternehmen

Liquidation ist die Auflösung der Gesellschaft. Es gibt die formelle Liquidation, also die formale Auflösung der Gesellschaft, Beendigung des Gesellschaftsvertrages und ihre Löschung in allen Registern und die materielle Auflösung, also den Verkauf aller Vermögensgegenstände und Tilgung aller Verbindlichkeiten.

Es wird weiter zwischen der freiwilligen und der zwangsweisen Liquidation unterschieden.

Die freiwillige Liquidation geschieht aus Initiative der Gesellschafter, entweder durch eine im Gesellschaftsvertrag festgelegte Bedingung oder durch Gesellschafterbeschluss.

Bei der zwangsweisen Liquidation ist die Gesellschaft nicht mehr in der Lage, ihren Verbindlichkeiten nachzukommen (insolvent). Es kommt zur Eröffnung des Insolvenzverfahrens.

## Das Insolvenzverfahren

Vorweg zwei Begriffsdefinitionen:

**-Einzelvollstreckung:** Bei der Einzelvollstreckung vollstreckt der einzelne Gläubiger direkt in das Vermögen des Schuldners. Ungeachtet der Ansprüche anderer Gläubiger wird die Schuld - soweit möglich - vollständig beglichen. Es gilt bei der Einzelvollstreckung: „Wer zuerst kommt, mahlt zuerst“.

**-Gesamtvollstreckung:** Da „wer zuerst kommt, mahlt zuerst“ eine faire Bedienung aller Gläubigeransprüche nicht gewährleisten kann, gibt es noch die Gesamtvollstreckung. Dabei werden die Ansprüche aller Gläubiger von staatlicher Instanz erfasst und auf geordnete Weise bedient. Sobald das Insolvenzverfahren über ein Unternehmen eröffnet ist, gibt es nicht mehr die Möglichkeit zur Einzelvollstreckung und es kommt zur Gesamtvollstreckung.

Das Insolvenzverfahren wird offiziell durch einen Antrag eines Gläubigers oder des Schuldners eröffnet. Das Gericht prüft daraufhin, ob ein Grund zur Insolvenz vorliegt. Insolvent ist ein Unternehmen, wenn es aus Mangel an Zahlungsmitteln dem Gros seiner Verbindlichkeiten nicht nachhaltig nachkommen kann. Eine kurzfristige Kreditklemme ist also noch kein Grund für Insolvenz.

Darüber hinaus gibt es den Insolvenzgrund der drohenden Zahlungsunfähigkeit. Dies bedeutet, dass das Unternehmen zwar aktuell seinen Zahlungsverpflichtungen nachkommen kann, aber abzusehen ist, dass bald Zahlungsunfähigkeit eintreten wird.

Als dritter Grund für Insolvenz wird die Überschuldung genannt. Übersteigen die Verbindlichkeiten des Unternehmens die Vermögenswerte, so gilt es als insolvent. Das Vermögen des Unternehmens wird dabei unter der „Fortführungsprämisse“ bewertet. Es ist

also durchaus möglich, dass ein Unternehmen bilanziell deutlich überschuldet ist, aber nicht insolvent, da der zukünftige Wert unter der Fortführungsprämisse deutlich höher ist als der bilanzielle Wert.

**-Ablehnung mangels Masse:** Das Insolvenzverfahren kann „mangels Masse“ abgelehnt werden. In dem Fall ist nicht genügend Insolvenzmasse vorhanden, um ein Insolvenzverfahren durchzuführen, und die Gläubiger vollstrecken direkt in das Vermögen der Gesellschaft.

Ist **genügend Insolvenzmasse vorhanden**, so wird das Unternehmen von einem Insolvenzverwalter weitergeführt und die Gläubiger verlieren vorerst das Recht auf Einzelvollstreckung. Der Insolvenzverwalter verwaltet das Unternehmen im Interesse der Gläubiger und teilt die Konkursmasse in einer festgelegten Rangfolge den Gläubigern zu.

### **Ermittlung der Insolvenzquote**

Für die Ermittlung der Insolvenzquote werden zunächst folgende Posten ermittelt:

#### **1) Haftbares Vermögen des Schuldners**

Das gesamte haftbare Vermögen, das dem Schuldner bei der Eröffnung des Insolvenzverfahrens gehört oder das er während des Verfahrens erwirbt, gehört zur Insolvenzmasse.

#### **2) Aussonderungen**

Vermögensgegenstände, die zwar im Betriebsvermögen genutzt werden, aber nicht zum Vermögen des Schuldners gehören, weil sie beispielsweise unter Eigentumsvorbehalt stehen.

#### **3) Absonderungen**

Gläubiger mit Pfandrechten, Hypotheken oder Sicherungsübereignungen haben ein vorrangiges Recht auf Zahlung. Diese Zahlungen werden Absonderungen genannt.

**4) Aufrechnung**

Wechselseitige Forderungen und Verbindlichkeiten eines Schuldners.

**5) Kosten des Verfahrens****6) sonstige Masseverbindlichkeiten**

Verbindlichkeiten, die nach Eröffnung des Insolvenzverfahrens entstehen.

**7) Insolvenzmasse für unbesicherte Insolvenzgläubiger**

Die Insolvenzmasse, die unter den „normalen“ Gläubigern aufgeteilt wird.

**8) Insolvenzmasse für nachrangige Insolvenzgläubiger**

Sollte nach der Befriedigung der „normalen Gläubiger“ noch Insolvenzmasse vorhanden sein, so werden nachrangige Insolvenzforderungen bedient. Dazu gehören:

- Zinsen auf Forderungen, die nach Verfahrenseröffnung angefallen sind.
- Kosten der Gläubiger durch Teilnahme am Insolvenzverfahren.
- Forderungen auf die Rückgewähr von nachrangig behandelten Gesellschafterdarlehen.

### **Berechnung der Insolvenzmasse**

Die Insolvenzmasse wird dann nach folgendem Schema verteilt:

Bruttovermögen des Unternehmens

- Aussonderungen

= Insolvenzmasse

- Absonderungen-

- Aufrechnungen

= Freie Aktiva

- Kosten des Insolvenzverfahrens

= kritische Masse (falls negativ, wird das Insolvenzverfahren nicht eröffnet)

- sonstige Masseverbindlichkeiten

= Teilungsmasse

- Ansprüche „normaler“ Insolvenzgläubiger

= Masse zur Befriedigung nachrangiger Insolvenzgläubiger

## Aufgaben zu 1.0

Aufgaben zu diesem Kapitel werden oft in Multiple Choice Format gestellt.

### Aufgabe 1.1

Gib an, ob folgende Aussagen jeweils richtig oder falsch sind.

- a) Bei einer OHG haftet nur die Gesellschaft mit ihrem gesamten Vermögen.
- b) Ein Gläubiger einer GmbH wird schlechter gestellt, wenn diese einen weiteren Kredit aufnimmt. Dies ist auch der Fall, wenn der zweite Kredit nachrangig ist.
- c) Bei einer AG ist es möglich, dass der Bilanzgewinn höher ist als der Jahresüberschuss.
- d) Die Hauptversammlung kann in jedem Fall gegen den Willen der Geschäftsführung Ausschüttungen verhindern.
- e) Die GmbH und die AG haften für ihre Verbindlichkeiten mit dem gesamten Gesellschaftsvermögen. Haben die Gesellschafter ihre Einlage nicht voll erbracht, so haften sie für die nicht eingebrachte Einlage mit ihrem Privatvermögen.
- f) Die AG, GmbH und OHG sind juristische Personen.
- g) Bei einer OHG haftet jeder Gesellschafter nur für seinen Anteil am Gesellschaftsvermögen.
- h) Die GmbH & Co. KG ist eine Kommanditgesellschaft, an der eine GmbH in irgendeiner Weise beteiligt ist.
- i) Bei einer AG dürfen Ausschüttungen nur vorgenommen werden, solange das Vermögen der Gesellschaft nicht unter das Stammkapital + Rücklagen fällt.
- j) Alle Kapitalgesellschaften müssen ihren Jahresabschluss prüfen lassen und offenlegen.
- k) Grundsätzlich darf bei einer AG nur der Bilanzgewinn des laufenden Geschäftsjahres an die Aktionäre ausgeschüttet werden.
- l) Bei einer Einzelunternehmung haftet die Gesellschaft mit ihrem gesamten Gesellschaftsvermögen und der Unternehmer mit seinem Privatvermögen unbeschränkt.
- m) Kommanditisten haben kein Recht auf Geschäftsführung.
- n) Die Rechtsform der GmbH & Co. KG ist aufgrund ihrer Haftungsmodalitäten sehr beliebt. Gleichzeitig wird durch die GmbH die Bonität der Gesellschaft erhöht.
- o) Bei einer AG kann die Geschäftsführung die Ausschüttungen gegen den Willen der Hauptversammlung verringern, aber nicht erhöhen.

**Aufgabe 1.2**

Gib an, ob folgende Aussagen jeweils richtig oder falsch sind.

- a) Die einzigen Konkursgründe sind akute Zahlungsunfähigkeit und Überschuldung.
- b) Ein Unternehmen ist überschuldet, wenn die Verbindlichkeiten das bilanzielle Eigenkapital übersteigen.
- c) Bei einer GmbH haften die Gesellschafter ausschließlich für die Höhe der ausstehenden Einlagen.
- d) Für Gesellschaften mit Haftungsbeschränkung gibt es keine private Haftung der Gesellschafter.
- e) Wird ein Insolvenzverfahren mangels Masse abgelehnt, bedeutet das, dass keine Insolvenzmasse vorhanden ist, um Gläubigeransprüche zu bedienen.

**Aufgabe 1.3**

Gib an, ob folgende Aussagen jeweils richtig oder falsch sind.

- a) Ein wegen Überschuldung insolventes Unternehmen kann die Überschuldung beseitigen, indem es liquide Mittel über einen Kredit bei der Hausbank besorgt.
- b) Bei Insolvenz wird das Gesellschaftsvermögen gleichmäßig unter den Gläubigern aufgeteilt.
- c) Bei einer GmbH haften im Insolvenzfall die Komplementäre mit ihrem Privatvermögen unbeschränkt.
- d) Ein mit Pfandrecht besicherter Kredit stellt andere Gläubiger schlechter.
- e) Bei einer OHG ist ein Pfandrecht irrelevant, da die Gesellschafter mit ihrem gesamten Privatvermögen haften.
- f) Eine Bürgschaft von einer Privatperson mit einem Privatvermögen von 1 Mio € ist wegen des höheren Sicherungsbetrages der Verpfändung von deutschen Staatsanleihen über 500.000€ vorzuziehen.
- g) Da bei einer OHG alle Gesellschafter gesamtschuldnerisch und unbeschränkt mit ihrem Privatvermögen haften, bieten Pfandrechte bei OHGs keinen zusätzlichen Nutzen.

**Aufgabe 1.4**

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- a) Ein Projekt benötigt eine Investition von 100.000€. Da die Gesellschaft die liquiden Mittel für diese Periode schon verplant hat, kann für die Finanzierung auf die Kapitalrücklage zurückgegriffen werden.
- b) Bei Personengesellschaften werden jährlich 4% der Einlage ausgeschüttet. Reicht der Gewinn für diese 4% nicht aus, so wird der entsprechende Teil der Einlage ausgeschüttet.
- c) Bei der Gesamtvollstreckung wird in das gesamte Privatvermögen des Schuldners vollstreckt, bei der Teilvollstreckung wird nur in das Vermögen der Gesellschaft vollstreckt.
- d) Eine KG benötigt 50.000€. Ein Kommanditist steht vor der Wahl, seine Einlage um 50.000€ zu erhöhen oder eine selbstschuldnerische Bürgschaft über 50.000 einzugehen, damit die KG einen Kredit über 50.000€ von der Bank bekommt.

Im Insolvenzfall wäre der Kommanditist besser gestellt, wenn er eine Bürgschaft übernimmt.

- e) Der Bilanzgewinn kann den Jahresüberschuss nur übersteigen, wenn im Vorjahr kein Verlustvortrag gebildet wurde.

**Aufgabe 1.5**

Gegeben seien die folgenden Daten zu einer Aktiengesellschaft:

Grundkapital	10.000T€
Gesetzliche Rücklage :	200T€
Freie Rücklage:	400T€
Jahresüberschuss:	1.000T€

- a) Ermittle den minimalen Bilanzgewinn, der sich ergibt, wenn der Vorstand maximale Rücklagen bildet. Gehe davon aus, dass keine Einstellungen in die gesetzliche Rücklage vorgenommen werden.
- b) Ermittle die Buchung in die gesetzliche Rücklage.
- c) Wie hoch ist der maximale Betrag, den der Vorstand in die Gewinnrücklage einstellen kann?
- d) Wie hoch ist der Betrag, den die Hauptversammlung in die Gewinnrücklage einstellen kann, wenn der Vorstand eine maximale Ausschüttung anstrebt?

**Aufgabe 1.6**

Gegeben seien die folgenden Daten zu einer Aktiengesellschaft:

Grundkapital	10.000T€
Gesetzliche Rücklage:	1.200T€
Freie Rücklage:	400T€
Jahresüberschuss:	1.000T€

- a) Ermittle die Buchung in die gesetzliche Rücklage.
- b) Wie hoch ist der maximale Betrag, den der Vorstand in die Gewinnrücklage einstellen kann?
- c) Wie hoch ist der Betrag, den die Hauptversammlung ausschütten kann, wenn der Vorstand eine maximale Rücklagenbildung anstrebt?

## Lösungen zu 1.0

### Lösung zu 1.1

- a) Falsch. Bei der OHG haften alle Gesellschafter unbeschränkt und gesamtschuldnerisch.
- b) Falsch. Ist der zweite Kredit nachrangig, so wird der erste Gläubiger nicht schlechter gestellt. Ansonsten wird er schlechter gestellt, da er sich die Haftungsmasse sozusagen „teilen“ muss.
- c) Richtig, wenn zuvor ein Gewinnvortrag gebildet wurde und aktuell Rücklagen aufgelöst werden.
- d) Richtig.
- e) Richtig.
- f) Falsch. Nur Kapitalgesellschaften sind juristische Personen.
- g) Falsch. Er haftet unbeschränkt und gesamtschuldnerisch.
- h) Falsch. Die GmbH muss Komplementär sein.
- i) Richtig.
- j) Falsch. Kleine Kapitalgesellschaften müssen nicht prüfen lassen.
- k) Richtig.
- l) Richtig.
- m) Richtig
- n) Falsch. Die Bonität sinkt, da die Haftung beschränkt wird.
- o) Richtig.

**Lösung zu 1.2**

- a) Falsch. Drohende Zahlungsunfähigkeit ist ein weiterer Grund.
- b) Falsch. Die Schulden müssen größer sein als das Vermögen.
- c) Falsch. Sollte eine Nachschusspflicht vorgesehen sein, so haften die Gesellschafter in Höhe der Nachschusspflicht. Im Insolvenzfall wäre eine Nachschusspflicht aber sehr unwahrscheinlich, da diese von der Gesellschaftsversammlung beschlossen werden muss.
- d) Falsch. Sind die Einlagen nicht voll erbracht, so haften die Gesellschafter privat bis zur Höhe der nicht erbrachten Einlagen.
- e) Falsch. Es bedeutet nur, dass die Insolvenzmasse zu gering ist, um die Kosten des Verfahrens zu decken.

**Lösung zu 1.3**

- a) Falsch. Dies erhöht die Schulden.
- b) Falsch. Es kann vorrangige und nachrangige Ansprüche geben.
- c) Falsch. Einen Komplementär gibt es nur bei einer Kommanditgesellschaft.
- d) Richtig.
- e) Falsch. Ein Pfandrecht sichert den vorrangigen Anspruch vor anderen Gläubigern.
- f) Falsch. Für die Bewertung der Bürgschaft ist es entscheidend, welchen Wert sie zum Zeitpunkt der Inanspruchnahme hat. Die Privatperson könnte theoretisch in unzähligen Fällen mit ihrem Privatvermögen haften oder aus anderen Gründen das Geld bis zum Zeitpunkt der Inanspruchnahme verlieren. Die Staatsanleihen dagegen sind sehr wertstabil und bieten eine sehr gute Sicherheit.
- g) Falsch. Der Grund ist derselbe wie unter f). Ein Pfandrecht erhöht die Chance, im Fall der Insolvenz bedient zu werden.

**Lösung zu 1.4**

- a) Falsch. Die Kapitalrücklage ist eine buchhalterische Größe und sagt nichts über die Liquidität aus.
- b) Falsch. Reicht der Gewinn nicht aus, so wird weniger ausgeschüttet.
- c) Falsch. Gesamtvollstreckung bedeutet, dass alle Gläubiger bei der Vollstreckung berücksichtigt werden. Das Gegenstück ist die Einzelvollstreckung (wer zuerst kommt, mahlt zuerst).
- d) Richtig. Wenn die Bürgschaft gezogen wird, so hat er im Insolvenzverfahren dieselben Ansprüche wie andere Gläubiger auch. Erhöht er seine Einlage, so sind seine Ansprüche den Gläubigeransprüchen gegenüber nachrangig.
- e) Falsch. Durch Auflösung von Rücklagen kann der Verlustvortrag beglichen werden und der Bilanzgewinn erhöht werden.

**Lösung zu Aufgabe 1.5**

- a) Ignoriert man die gesetzliche Rücklage, so beträgt der Bilanzgewinn 50% des Jahresüberschusses. Die anderen 50% stellt der Vorstand in die Gewinnrücklage ein.  
Antwort: 500T€
- b) Da die gesetzliche Rücklage noch keine 10% des Grundkapitals beträgt, muss 5% des Jahresüberschusses in die gesetzliche Rücklage eingestellt werden. Dies sind 50T€.
- c) Nach Abzug der 5% für die gesetzliche Rücklage bleiben dem Vorstand 950T€. Davon kann er maximal 50% in die Gewinnrücklage einstellen. Dies sind 475T€.
- d) Strebt der Vorstand maximale Ausschüttungen an, so beträgt der Bilanzgewinn 950T€. Die Hauptversammlung kann Rücklagen in dieser Höhe bilden.

**Lösung zu Aufgabe 1.6**

- a) Die gesetzliche Rücklage beträgt bereits über 10% des Grundkapitals. Es wird daher keine neue gesetzliche Rücklage gebildet.
- b) Da keine gesetzliche Rücklage gebildet werden muss, kann der Vorstand 50% des Jahresüberschusses in die Gewinnrücklage einstellen.
- c) Die 50%, die der Vorstand nicht in die Gewinnrücklage einstellen kann, kann die Hauptversammlung ausschütten.

## 2.0 Grundlagen der Finanzierung

### 2.1 Grundlagen

Bei der Berechnung ökonomischer Größen wird grundlegend zwischen Bestandsgrößen und Stromgrößen unterschieden. Bestandsgrößen sind - wie der Name schon sagt - Bestände an Gütern oder Geldmitteln zu bestimmten Stichtagen. Stromgrößen sind die Veränderungen der Bestandsgrößen.

Monetäre Bestands- und Stromgrößen sind zum Beispiel:

#### **Bestandsgrößen:**

- Zahlungsmittel: Bargeld, Bankguthaben, Kontokorrentverbindlichkeiten.
- Geldvermögen: Forderungen und Verbindlichkeiten.
- Sachvermögen.

#### **Stromgrößen:**

- Umsätze.
- Einnahmen.
- Kosten.

#### **Finanzwirtschaftliche vs. erfolgsorientierte Sicht (Einzahlung/Auszahlungen, Erträge/Aufwendungen)**

Für die Klausur musst du sicher bestimmen können wann eine Ein- oder Auszahlung und wann Ertrag oder Aufwand vorliegen. Diese Themen werden oft geprüft.

**Einzahlung/Auszahlung:** Zahlungsvorgänge liegen vor, wenn die Summe aller Zahlungsmittelkonten sich verändert, also Bargeld, Sichtguthaben, Besitztchecks, Besitzwechsel, Sichtverbindlichkeiten. Umbuchungen innerhalb dieser Konten gehören also nicht dazu.

**Ertrag/Aufwand:** Eine Einzahlung (Auszahlung) ist erfolgsneutral, wenn die Gegenbuchung komplett auf einem Bestandskonto gemacht wird. Wird ein Teil der Gegenbuchung auf einem Erfolgskonto gebucht, verändert sich also das Reinvermögen (Privatentnahmen /- einlagen ausgenommen), so handelt es sich um Ertrag (Aufwand).

**Beispiele** für erfolgsneutrale Buchungen: Kauf oder Verkauf von Vermögensgegenständen zum Buchwert, Kreditaufnahme oder -rückzahlung, usw.

**Beispiele** für erfolgsrelevante Buchungen: Abschreibungen, Zuschreibungen, Verkauf eines Vermögensgegenstandes über Buchwert (die Differenz erhöht den Gewinn), Verlust durch Diebstahl oder Schaden durch Unfall/Brand etc.

Merke dir:

Ertrag ist der Wertzuwachs des Gesamtvermögens einer Unternehmung.

Aufwand ist der Werteverzehr des Gesamtvermögens einer Unternehmung.

Einzahlungen müssen nicht immer Ertrag bedeuten und Auszahlungen nicht immer Aufwand.

### **Einzahlung, aber kein Ertrag**

Eine Einzahlung, also Erhöhung der Zahlungsmittel, muss keinen Ertrag bedeuten, sondern kann beispielsweise auch durch eine Kreditaufnahme, die Bezahlung einer offenen Forderung oder den Verkauf von Betriebseigentum entstehen. Dies sind aber alles keine erfolgswirksamen Geschäftsvorfälle.

### **Auszahlung, aber kein Aufwand**

Genauso muss eine Auszahlung nicht aufwandswirksam sein. Die Rückzahlung eines Kredites, die Begleichung einer offenen Verbindlichkeit oder der Kauf neuen Betriebseigentums sind Beispiele für aufwandsunwirksame Auszahlungen.

### **Ertrag, aber keine Einzahlung**

Andersrum muss auch nicht jeder Ertrag zu einer Einzahlung führen. Beispiele sind die Erhöhung von Forderungen oder Verringerung von Verbindlichkeiten ohne Zahlung.

### **Aufwand, aber keine Auszahlung**

Auch Aufwendungen können ohne Auszahlungen entstehen. Entstehung eines Schadensersatzanspruches, Abschreibungen oder die Erhöhung von Verbindlichkeiten/Verringerung von Forderungen ohne Zahlung sind einige Beispiele.

### Das Separationstheorem von Fisher / vollkommener Kapitalmarkt

Der Lehrstuhl arbeitet im Folgenden mit dem Modell des vollkommenen und vollständigen Kapitalmarkts. Der Kapitalmarkt heißt vollkommen wenn gilt:

- Alle Marktteilnehmer verfügen über dieselben Informationen.
- Es gibt keine Transaktionskosten oder Steuern.
- Es existieren keine Markteintrittsbarrieren.
- Soll- und Habenzins sind identisch.

Der Kapitalmarkt heißt vollständig wenn gilt:

- Geld kann in beliebiger Höhe und für beliebige Dauer angelegt und aufgenommen werden.

Offensichtlich entsprechen diese Annahmen nicht der Realität, machen uns aber das Rechnen deutlich leichter.

Und nicht nur das Rechnen wird leichter: Da man sich jederzeit beliebig viel Geld für beliebige Zeit leihen bzw. es anlegen kann, können wir Vorteilhaftigkeitsentscheidungen von Investitionsprojekten unabhängig von der Konsumpräferenz beurteilen. Das Fernuni Skript widmet dem Thema 9 Seiten mit Grafiken und Formeln aber ich will mich kurz fassen:

Angenommen Dir wird ein Investitionsprojekt vorgeschlagen: Du zahlst jetzt 10.000€ ein und bekommst in drei Jahren 30.000€ wieder. Solange Zinsen oder Inflation nicht extrem hoch sind sollte das ein sehr vorteilhaftes Projekt sein. Allerdings brauchst du in den kommenden Semesterferien 5000€ für den Urlaub, auf den du dich sooo sehr freust. Und in drei Jahren hast du wahrscheinlich einen langweiligen BWLer „nine to five Job“ und das erste Kind. Also führst du die Investition nicht durch. Das klingt jetzt alles etwas sehr locker und nicht sehr wissenschaftlich beschrieben aber was ich hier beschreibe ist deine zeitliche Präferenz für Konsumententscheidungen. Da diese Präferenzen bei allen Wirtschaftssubjekten unterschiedlich sein können, könnten wir ohne die Nutzenfunktion der Entscheider zu kennen, keine Vorteilhaftigkeitsaussagen treffen. Nun nehmen wir aber an, du kannst Geld aufnehmen und anlegen wie du willst, dann kannst du das Projekt durchführen, einen Kredit über 5.000€ aufnehmen und den nebst Zinsen dann in drei Jahren aus der Rückzahlung des Projektes zurückzahlen.

Deine zeitlichen Präferenzen sind also egal. Investitionsprojekte sind durchzuführen, wenn es möglich ist, sich Geld zu leihen, das Projekt durchzuführen und am Ende hat man mehr Geld als vorher (wie man das berechnet kommt später in den Kapiteln zur Investition). Die Unabhängigkeit der Investitionsentscheidung von der zeitlichen Präferenz des Konsums nennt man dann „**Separationstheorem von Fisher**“.

## 2.2 Finanzierung

**Definition Finanzierung:** Der Rückgriff auf Liquiditätsreserven oder die Erzielung neuer Einzahlungen, um bestehende oder zukünftige Zahlungsverpflichtungen zu erfüllen oder die Liquiditätsreserve für folgende Perioden zu erhöhen.

### Mittelherkunft / Mittelverwendung

Alle Zahlungen können der Mittelherkunft oder der Mittelverwendung zugeordnet werden.

**Mittelherkunft:** Verminderung von Liquiditätsreserven, Einzahlungen aus der Innenfinanzierung, Einzahlungen aus der Außenfinanzierung.

**Mittelverwendung:** Investitionen, Schuldentilgungen, Ausschüttungen, Erhöhung der Liquiditätsreserve, Deckung des Innendefizits.

Die Ein- und Auszahlungen werden dann noch weiter in Zahlungen aus/für Finanzierungen und Umsätzen/Investitionen unterteilt.

Aufgabe des Finanzmanagements ist es, die Finanzierung der betrieblichen Aktivitäten zu sichern, und die Liquidität der Gesellschaft zu sichern.

### Mittelherkunft / Finanzierungsquellen

Es gibt für jede Unternehmung drei Finanzierungsquellen:

- 1) Liquiditätsreserven
- 2) Innenfinanzierung (Zahlungsmittel aus Umsatzerlösen)
- 3) Außenfinanzierung (Erhöhung der Einlagen oder Kredite)

## Abgrenzung Innen- und Außenfinanzierung

Der Lehrstuhl nennt drei Kriterien, an denen man bestimmen kann, ob eine Finanzierung der Innen- oder der Außenfinanzierung zugeordnet werden sollte.

**1) Herkunft der Zahlungsmittel:** Dies ist das wichtigste Merkmal und reicht eigentlich allein aus, um eine Zuordnung vorzunehmen. Zahlungen der Innenfinanzierung stammen aus dem Umsatz- und Leistungsprozess. Zahlungen der Außenfinanzierung stammen aus gesonderten Finanztransaktionen (z.B. Kreditfinanzierung, Einlagenerhöhung).

**2) Form der Gegenleistung:** Gegenleistung der Innenfinanzierung sind Güter und Dienstleistungen. Gegenleistung der Außenfinanzierung sind Zinsen, Tilgungen oder Dividenden.

**3) Zeitpunkt der Gegenleistung:** Bei der Innenfinanzierung wird die Gegenleistung meist vor oder zeitgleich mit der Einzahlung geleistet. Bei der Außenfinanzierung erfolgt die Gegenleistung oft mit erheblicher zeitlicher Verzögerung.

Während die Außenfinanzierung stets zu einem positiven Finanzierungsbeitrag führt, kann es bei der Innenfinanzierung auch zu einem Innenfinanzierungsdefizit kommen (Verluste im operativen Geschäft).

Zur Kompetenzverteilung kann man sagen, dass die Außenfinanzierung direkt zum Kompetenzbereich des Finanzmanagements gehört, während die Finanzierungsbeiträge aus dem Umsatzbereich nicht zur Entscheidungskompetenz des Finanzmanagements gehören.

Der Lehrstuhl unterscheidet weiter zwischen der Innenfinanzierung im engeren Sinne (exkl. einmaligen Liquidationserlösen) und der Innenfinanzierung im weiteren Sinne (inkl. einmaligen Liquidationserlösen).

Weiter wird zwischen der Innenfinanzierung vor und nach Ausschüttungen unterschieden.

**Achtung:** Zinsen gehören auch zur Innenfinanzierung, auch wenn es eigentlich Kosten der Kapitalbeschaffung durch Außenfinanzierung sind.

## **Eigen- und Fremdfinanzierung**

### **Eigenfinanzierung**

Aus der Eigenfinanzierung geht ein Besitzanspruch auf das Unternehmen und dessen Ausschüttungen hervor. Das Eigenkapital der Gesellschaft ist die Saldogröße aus Vermögensgegenständen und Schulden. Speziell nennt die Fernuni folgende Merkmale:

- Erfolgsabhängige Beteiligung.
- Erfolgsabhängiger Rückzahlungsbetrag bei Liquidation der Gesellschaft.
- Volle Geschäftsführungskompetenz.
- Keine Insolvenzanprüche. Haftung mit der Einlage oder dem gesamten Privatvermögen.

Die Eigen- und Außenfinanzierung wird auch Beteiligungsfinanzierung genannt.

### **Fremdfinanzierung:**

Bei der Fremdfinanzierung wird der Gesellschaft Kapital von außenstehenden Dritten –meist in Form von Krediten- geliehen. Es entsteht kein Eigentumsanspruch. Es gibt folgende Merkmale:

- Erfolgsunabhängige feste Verzinsung.
- Erfolgsunabhängiger fester Rückzahlungsbetrag.
- Keine Geschäftsführungsrechte.
- Insolvenzanprüche.

## Der Cashflow

Der Cashflow aus betrieblicher Tätigkeit ist das Innenfinanzierungsvolumen einer Periode.

Man muss sich also überlegen welche Geschäftsvorfälle den Zahlungsmittelbestand verändern. Es wird angenommen, dass alle Käufe und Verkäufe sofort zahlungswirksam sind. Vereinfacht kann man sagen

$$\text{Cash Flow} = \text{Erlöse aus Umsatztätigkeit} - \text{Löhne und Gehälter} \\ - \text{Kauf von Rohstoffen}$$

Wichtig: Abschreibungen und Rückstellungen verändern den Barmittelbestand nicht, aber den Jahresüberschuss.

Vereinfacht können wir also den Cashflow aus dem Jahresüberschuss berechnen:

$$\text{Cash Flow} = \text{Jahresüberschuss} + \text{Abschreibungen} + \text{Rückstellungen}$$

, wobei Abschreibungen auch negativ (Zuschreibungen) sein können und Rückstellungen auch aufgelöst werden können.

Die Berechnung des Cashflows aus dem Jahresüberschuss nennt man indirekte Methode.

## Innenfinanzierung

Man unterscheidet bei der Innenfinanzierung drei Finanzierungsquellen:

1) Innenfinanzierung aus Gewinngegenwerten (Selbstfinanzierung): Ist klar: Gewinn kann zur Finanzierung genutzt werden. Bei der Selbstfinanzierung unterscheidet man zwischen offener und stiller Selbstfinanzierung:

Offene Selbstfinanzierung: Dies sind die in der Bilanz ausgewiesenen Gewinne.

Stille Selbstfinanzierung: Dies sind Gewinne, die nicht ausgewiesen werden. Das heißt nicht, dass hier eine Schwarzkasse geführt wurde, sondern kommt zustande durch die Unterbewertung von Vermögensgegenständen (z.B. durch zu hohe Abschreibungen) oder Überbewertung von Verbindlichkeiten. Wurde ein Vermögensgegenstand höher abgeschrieben als dies ökonomisch sinnvoll ist dann verringert dies den Jahresüberschuss und damit den Anteil der offenen Selbstfinanzierung. Diese Differenz ist die stille Selbstfinanzierung.

Beispiel:

Ein Unternehmen macht 100.000€ Umsatz und nach allen Kosten einen Gewinn vor Steuern von 30.000. Der Steuersatz betrage 20%. Die offene Selbstfinanzierung beträgt  $30.000 \cdot 0,8 = 24.000$ . Eine Maschine wurde in Höhe von 20.000 abgeschrieben. Die ökonomisch reale Abschreibung wäre aber 10.000 gewesen. Die stille Selbstfinanzierung beträgt dann 10.000.

Warum weißt das Unternehmen in der Bilanz nicht den ökonomisch sinnvollen Betrag aus? Dies hat steuerliche Gründe. Hätte das Unternehmen die Abschreibung mit 10.000 gewählt, hätte dies den Gewinn vor Steuern um 10.000 erhöht und die Steuerlast um 2.000 erhöht.

2) Innenfinanzierung aus Abschreibungsgegenwerten: Dies ist kein direkter Geldzufluss. Eine Maschine wird angeschafft und sollte über ihre Lebensdauer die Kosten für die Anschaffung wieder erwirtschaften. Die jährlichen Abschreibungen verringern den Gewinn, das erwirtschaftete Geld aber kann zur Finanzierung verwendet werden.

3) Innenfinanzierung aus Rückstellungsgegenwerten: Rückstellungen reduzieren den Gewinn, aber nicht den Zahlungsmittelbestand. Da aber Rückstellungen für zukünftige Zahlungen an Dritte getätigt werden, handelt es sich um Fremdfinanzierung, wenn man das Geld zur Finanzierung verwendet. Es ist zu vergleichen mit einem Kredit, den der Empfänger der Rückstellungen dem Unternehmen gibt.

### **Kapazitätserweiterungseffekt**

An dieser Stelle ein persönlicher polemischer Ausraster:

Ganz ehrlich: Zwei Seiten im Skript für die Erklärung des „Kapazitätserweiterungseffekts“ oder noch besser „Lohmann-Ruchti-Effekts“? Der „Effekt“, dass man statt weniger nagelneuer Maschinen auch mehr gebrauchte/billigere verwenden kann ist also vor ca.1950 niemandem aufgefallen? Doch: angeblich hat Karl Marx! den Effekt erstmalig 100 Jahre vorher beschrieben. Klar. Und vorher haben die Menschen sich den Kopf darüber zerbrochen und sind nicht drauf gekommen, dass man erwirtschaftetes Geld zur Erweiterung der Produktionsmittel nutzen kann? Da musste erst Karl Marx kommen. Dies ist eine der Stellen, an denen ich mich in meinem BWL Studium gefragt habe: „Was mache ich hier überhaupt“?

Aber, und jetzt beende ich meine persönliche Bewertung und komme zu einem sinnvollen Hinweis: Egal wie unsinnig einem ein Thema erscheinen mag: es kann abgefragt werden. So z.B. in Klausur 3/2017.

Also ganz kurz zum Prinzip: Man geht davon aus, dass Maschinen linear abgeschrieben werden und ihre Anschaffungspreise konstant sind. Sie erwirtschaften Geld in Höhe ihrer Abschreibungen. Das Kapital der Gesellschaft bleibt also konstant. Jedes Jahr verlieren die Maschinen an Wert und genau um diesen steigen die liquiden Mittel. Für diese können dann neue Maschinen gekauft werden und zwar noch bevor die alten verschrottet werden müssen. So hat man bei gleichem Kapital mehr Maschinen als nach der Erstanschaffung.

## **Außenfinanzierung durch Eigenkapital**

Bei der Außenfinanzierung durch Eigenkapital verkauft man einen Teil des Unternehmens an Dritte. Für die Klausur solltest du für die verschiedenen Gesellschaftsformen die Eigenschaften Gründung, Mindestkapital, Eigenkapitalzuführung, Eigenkapitalentnahme, Gewinnbeteiligung und Haftung aus dem Kapitel institutionelle Grundlagen beherrschen. Ein besonderer Schwerpunkt sollte auf der Außenfinanzierung bei Aktiengesellschaften (ordentliche Kapitalerhöhung) liegen.

## **Aktien als Finanzierungsinstrument**

### **Grundbegriffe:**

#### **Aktie**

Mit dem Eigentum einer Aktie gehen folgende Ansprüche einher:

- Stimmrecht in der Hauptversammlung
- Recht auf Vorlage des Jahresabschlusses in ausführlicher Fassung
- Auskunftsrecht
- Dividendenanspruch
- Bezugsrechte bei der Ausgabe von jungen Aktien, Wandelschuldverschreibungen, Genussscheinen etc.

Man unterscheidet in Deutschland zwischen Nennwertaktien, die einen bestimmten festen Nennwert (Mindestens 1 Euro) haben und Stückaktien, die einen variablen Wert - abhängig vom bilanziellen Grundkapital - haben. Beide Aktien können natürlich zu völlig anderen Preisen gehandelt werden als ihr Nennwert oder bilanzieller Wert beträgt.

## Grundkapital

Das Grundkapital einer Aktiengesellschaft ist die Summe aller Nennwerte der Nennwertaktien. Es darf nicht für Ausschüttungen verwendet werden.

**Beispiel:** Eine Gesellschaft wird mit 50.000 Aktien mit einem Nennwert von einem Euro gegründet. Das Grundkapital beträgt dann 50.000€.

## Bilanziertes Eigenkapital

Das bilanzierte Eigenkapital setzt sich folgendermaßen zusammen:

Gezeichnetes Kapital

+Kapitalrücklage

+Gewinnrücklage

-Verlustvortrag

## Bilanzkurs

Der Bilanzkurs einer Aktie ist der Kurs, der sich ergibt, wenn das bilanzielle Eigenkapital auf die Aktien verteilt wird. Mathematisch schreibt man:

$$C_{Bi} = \frac{\text{Eigenkapital}}{\text{Anzahl Aktien}}$$

Sollte es sich bei den Aktien um Nennwertaktien handeln, so kann der Bilanzkurs auch wie folgt berechnet werden:

$$C_{Bi} = \frac{\text{Eigenkapital}}{\text{Grundkapital}} * \text{Nennwert}$$

### Marktwert des Eigenkapitals

Der Wert eines Unternehmens besteht nicht nur aus den Gütern, die das Unternehmen besitzt. Der Wert eines Unternehmens kann stark von dem Wert, den die Bilanz angibt, abweichen. Als gutes Beispiel dient Facebook. Das Unternehmen ist nicht ca. 400 Milliarden wert, weil es so viele Server, Bürogebäude etc. hat, sondern weil es in Zukunft wahrscheinlich hohe Gewinne erzielen wird. Der Wert dieser Gewinne, die aus Nutzern generiert werden, die Facebook nutzen und sich Werbung ansehen, taucht aber nicht in der Bilanz auf.

Andersherum kann man sich einen Energieerzeuger vorstellen, der ein Atomkraftwerk gebaut hat und im nächsten Jahr wird die Atomenergie verboten. Dann sind zwar Sonderabschreibungen fällig, aber zunächst stehen Werte in der Bilanz, die eigentlich keinen Wert haben, sondern beim Rückbau Kosten verursachen.

Es gibt also meistens Abweichungen zwischen Marktwert und Bilanz- bzw. Buchwert. Diese Marktwerte kann man in die Bilanz aufnehmen. Dazu bildet man die Differenz aus Marktwert und Bilanzwert des Unternehmens und erstellt eine Position **Marktwert** als Aktiva und eine gleichhohe Position **weiteres Eigenkapital** auf der Passivseite.

## Aktienarten

Es wird nach folgenden Merkmalen unterschieden:

### - Übertragbarkeit von Aktien:

Es wird zwischen **Inhaberaktien** und **Namensaktien** unterschieden. Die Inhaberaktie verbrieft das Eigentum an einem Bruchteil der Aktiengesellschaft. Sie sind Inhaberpapiere - der bloße Besitz verbrieft also das Recht des Aktionärs. Bei Namensaktien ist der Inhaber der Aktiengesellschaft namentlich bekannt und bei der Übertragung wechselt die Namensaktie als Inhaberpapier den Eigentümer. Der neue Eigentümer muss wieder der Gesellschaft mitgeteilt werden. Im Gegensatz zum Inhaberpapier verbrieft alleine der Besitz der Aktie keine Rechte oder Pflichten. Entscheidend ist, wer im Aktienbuch oder Aktienregister der Gesellschaft eingetragen ist. Es gibt noch die **vinkulierte Namensaktie**. Bei dieser muss die Gesellschaft der Übertragung zustimmen, hat also großen Einfluss darauf, wer Aktionär wird bzw. wer es nicht wird.

### - Dividendenberechtigung von Aktien:

Es wird zwischen **Stamm- und Vorzugsaktien** unterschieden. Vorzugsaktien unterliegen in der Regel einer besseren Regelung bezüglich der Dividendenausschüttung. So könnte beispielsweise zuerst der Dividendenanspruch der Vorzugsaktionäre bis zu einer bestimmten Dividendenhöhe erfüllt werden müssen, bevor auch die Stammaktionäre eine Dividende erhalten.

### - Stimmberechtigung von Aktien:

Es wird wieder zwischen **Stamm- und Vorzugsaktien** unterschieden. Die Vorzugsaktionäre haben aber kein Stimmrecht. Sollte aus irgendeinem Grund die Vorzugsdividende in zwei aufeinanderfolgenden Jahren nicht ausgezahlt werden, so lebt das Stimmrecht der Vorzugsaktionäre auf. Soll der Einfluss von Großaktionären eingegrenzt werden, so kann eine Stimmrechtsbeschränkung, z.B. auf 10% der Stimmrechtsanteile, festgelegt werden.

### **Kapitalerhöhung durch Ausgabe junger Aktien**

Bei einer Kapitalerhöhung werden von der Aktiengesellschaft neue, sogenannte junge, Aktien verkauft. Die jungen Aktien müssen vom Nennwert her mit den alten Aktien übereinstimmen. Außerdem muss einer Kapitalerhöhung von 75% des bei der Beschlussfassung vertretenen Grundkapitals zugestimmt werden.

Es wird zwischen den folgenden Arten von Kapitalerhöhungen unterschieden:

- Nominelle Kapitalerhöhung
- Ordentliche Kapitalerhöhung
- Genehmigte Kapitalerhöhung
- Bedingte Kapitalerhöhung

### **Nominelle Kapitalerhöhung (Kapitalerhöhung aus Gesellschaftsmitteln)**

Bei der nominellen Kapitalerhöhung wird nur das bilanzierte Grundkapital erhöht - der Gesellschaft fließt kein neues Kapital zu (daher eigentlich keine Außenfinanzierung)! Bei der nominellen Kapitalerhöhung werden Kapitalrücklagen und Gewinnrücklagen mit Verlustvorträgen saldiert und der (positive) Saldo in das gezeichnete Kapital gebucht. Im Zuge der Kapitalerhöhung werden entweder

- die Nennwerte der bestehenden Aktien erhöht (in Deutschland unzulässig), oder
- die Anzahl an Aktien erhöht (Gratisaktien).

**Merke dir:** Wird die Anzahl der Aktien erhöht, so fällt der Aktienkurs entsprechend. Bleibt die Anzahl an Aktien gleich, so ändert sich auch der Aktienkurs nicht.

**Beispiel:**

Passiva vor Kapitalerhöhung:	
Gezeichnetes Kapital	8.000.000
Kapitalrücklage	4.000.000
Gewinnrücklage	1.000.000
Verlustvortrag	-3.000.000
Summe	10.000.000

Zunächst werden Gewinnrücklage, Kapitalrücklage und Verlustvortrag saldiert und das gezeichnete Kapital wird um die Differenz erhöht.

Passiva nach Kapitalerhöhung:	
Gezeichnetes Kapital	10.000.000
Kapitalrücklage	0
Gewinnrücklage	0
Verlustvortrag	0
Summe	10.000.000

Natürlich müssen dabei nicht die gesamten Rücklagen aufgelöst werden. Es muss aber immer der Verlustvortrag eliminiert werden, bevor das gezeichnete Kapital erhöht werden darf.

Eine nominelle Kapitalerhöhung ist nicht nur eine Bereinigung der Bilanz. Eine wirtschaftliche Folge ist, dass das haftende Eigenkapital, das nicht für Ausschüttungen verwendet werden darf, erhöht wird. Dies erhöht die Bonität der Gesellschaft gegenüber Kreditgebern.

### Ordentliche Kapitalerhöhung

Bei der ordentlichen Kapitalerhöhung werden junge Aktien ausgegeben und der Gesellschaft fließt frisches Kapital zu. Die Aktien werden also tatsächlich verkauft. Dabei darf der Verkaufspreis nicht unter dem Nennwert der Aktien liegen.

Allen Inhabern alter Aktien steht bei einer ordentlichen Kapitalerhöhung ein Bezugsrecht zu - also das Recht, eine bestimmte Anzahl junger Aktien zu kaufen. Damit wird gewährleistet, dass die Altaktionäre ihren Stimmrechtsanteil beibehalten können und dass ihnen keine wirtschaftlichen Nachteile entstehen. Da die jungen Aktien meist unter dem aktuellen Kursniveau emittiert werden, würde sich ansonsten ein wirtschaftlicher Nachteil für die Altaktionäre ergeben. Es ist eine sehr beliebte Aufgabenstellung, den Wert eines Bezugsrechtes zu ermitteln.

Ich möchte den Wert eines Bezugsrechtes anhand eines Beispiels herleiten:

#### Beispiel:

Eine Aktie notiert zu 100 Euro. Es soll eine ordentliche Kapitalerhöhung durchgeführt werden. Für je 4 alte Aktien wird eine neue ausgegeben. Der Ausgabepreis soll 90 Euro betragen. Für je 4 Bezugsrechte erhält man das Recht, eine junge Aktie zu erwerben.

Um den Wert eines Bezugsrechtes zu ermitteln, müssen der Börsenkurs vor und nach der Kapitalerhöhung berechnet werden.

Börsenkurs vor der Kapitalerhöhung: 100€

Börsenkurs nach der Kapitalerhöhung: Dies ist der gewogene Durchschnittskurs von alten und neuen Aktien.

$$\frac{4 * 100 + 90}{5} = 98$$

Ohne Bezugsrechte würden die Altaktionäre einen Verlust von 2€ pro Aktie erleiden. Daher ergibt sich der Wert eines Bezugsrechtes zu 2€. Das Bezugsrecht hat denselben Wert wie der Vermögensnachteil, den die Altaktionäre ohne Bezugsrechte erlitten hätten. Dies nennt man „**Kompensationseffekt**“.

**Merke Dir:** Der Wert eines Bezugsrechtes...

- steigt, je weiter der Emissionskurs neuer Aktien unter dem Börsenkurs alter Aktien liegt.
- fällt mit dem Bezugsrechteverhältnis (dieses gibt an, wie viele Bezugsrechte man für den Erwerb einer jungen Aktie braucht).

Wie du siehst, kann man den Wert eines Bezugsrechtes leicht herleiten. Alternativ kann man auch die Formel auswendig lernen:

$$B = \frac{C_{B\ddot{o}} - C_E}{b + 1}$$

wobei

B für das Bezugsrecht,

$C_{B\ddot{o}}$  für den Börsenkurs nach Bekanntgabe der Kapitalerhöhung,

$C_E$  für den Emissionskurs der jungen Aktien und

b für das Bezugsrechtverhältnis  $\frac{\text{Alte Aktien}}{\text{Junge Aktien}}$  stehen.

Für Die Klausur solltest du noch folgende 2 Effekte, die bei ordentlichen Kapitalerhöhungen auftreten können, beherrschen:

- **Ankündigungseffekt:** Alleine die Ankündigung, eine Kapitalerhöhung durchführen zu wollen, kann zu Kursreaktionen führen. Wird das Kapital benötigt, weil ein sehr rentables Projekt durchgeführt werden soll, könnte der Kurs steigen. Wird sie durchgeführt, weil die AG überschuldet ist oder ein schlechtes Projekt durchführen will, könnte er fallen.

- **Verwässerungseffekt:** Der Verwässerungseffekt kommt dadurch zustande, dass die jungen Aktien unter dem aktuellen Kursniveau ausgegeben werden. Dieser Effekt wird durch die Bezugsrechte kompensiert (Kompensationseffekt der Bezugsrechte).

### Genehmigte Kapitalerhöhung

Bei einer ordentlichen Kapitalerhöhung muss die Hauptversammlung mit 75% für die Kapitalerhöhung stimmen. Dieser Prozess kann Zeit dauern, die das Unternehmen evtl. nicht hat. Außerdem ist der Ausgang ungewiss. Möchte die Hauptversammlung dem Vorstand mehr Flexibilität gewähren, so kann sie ihn für höchstens 5 Jahre ermächtigen, eine Kapitalerhöhung bis zu einem bestimmten Betrag ohne Zustimmung der Hauptversammlung durchzuführen. Für diese Ermächtigung bedarf es natürlich auch 75% der Stimmen. Ansonsten gibt es keine Abweichungen zur ordentlichen Kapitalerhöhung.

### **Bedingte Kapitalerhöhung**

Bei der bedingten Kapitalerhöhung können unter bestimmten Umständen in der Zukunft Kapitalerhöhungen durchgeführt werden. Dazu gehören:

- Umtausch von Wandelschuldverschreibungen in Aktien,
- Belegschaftsaktien (Erwerb von jungen Aktien durch Bezugsrechte von Mitarbeitern),
- Umtausch von Aktien bei Unternehmenszusammenschlüssen.

Eine Bedingte Kapitalerhöhung muss auch von 75% des anwesenden stimmberechtigten Kapitals der Hauptversammlung genehmigt werden und darf 50% des Grundkapitals nicht überschreiten.

## Außenfinanzierung durch Fremdfinanzierung

Die Instrumente der Außenfinanzierung durch Fremdfinanzierung sind

1) Lieferantenkredit: Da man Lieferungen ja meist nicht bar bei Erhalt zahlt, sondern per Rechnung mit einem Zahlungsziel, erhält man vom Lieferanten einen kurzfristigen zinslosen Kredit. Sollte der Lieferant einen Skonto gewähren, dann bekommt der Kredit einen (meist sehr hohen) Zinssatz.

Beispiel: Der Lieferant stellt uns eine Rechnung über 10.000€ mit Zahlungsziel 30 Tage. Sollten wir innerhalb der ersten 10 Tage zahlen, gewährt er uns ein Skonto von 2%. Dies entspricht einem Kredit von 9800€ an Tag 10 und einer Zins- und Tilgungszahlung an Tag 30.

Der Zinssatz dieses Lieferantenkredites zwischen Tag 10 und 30 beträgt

$$I = \frac{200}{9800} * 360/20$$

Wir gehen hier von 360 Zinstagen im Jahr und linearer unterjähriger Verzinsung aus.

2) Kundenkredit: Dies sind meist Anzahlungen auf eine zu erbringende Leistung.

3) Kontokorrentkredite: Ein Kontokorrentkredit ist mit dem privaten Dispokredit vergleichbar: Innerhalb einer festgelegten Kreditlinie kann man sich zu sehr hohen Zinsen flexibel Geld leihen und dies auch flexibel tilgen.

### 4) Leasing

Beim Leasing bekommt der Leasingnehmer den geleasteten Gegenstand übereignet, ohne dass er Eigenkapital oder Fremdkapital aufbringen muss. Es werden lediglich jährliche Zahlungen fällig. Da der Leasingvertrag aber im Ergebnis einem langfristigen Kredit mit Realbesicherung gleich kommt, entsprechen auch die Kosten des Leasings ungefähr denen der Fremdfinanzierung.

Die Vorteile des Leasings sind:

- Steuervorteile
- Bilanziell wird weniger Fremdkapital ausgewiesen als bei einer Fremdfinanzierung.
- Leasinggeber sind im Insolvenzfall besser gestellt als Kreditgeber.

Man unterscheidet das **Operate Leasing** und das **Finanzierungs-Leasing**.

- **Operate Leasing:** Vertrag ist von beiden Seiten kurzfristig kündbar. Daher trägt der Leasinggeber das Investitions- und Amortisationsrisiko. Der Leasinggegenstand wird von dem Leasinggeber bilanziert und abgeschrieben.

- **Finanzierungs-Leasing:** Der Vertrag ist unkündbar und läuft meistens über 60 bis 80% der erwarteten Nutzungsdauer. Während dieser Zeit wird der geleaste Gegenstand in der Regel voll amortisiert, ähnelt daher also viel mehr dem Kauf des Gegenstandes. Das Investitions- und Amortisationsrisiko liegt daher beim Leasingnehmer. Wer den Gegenstand bilanziert und abschreibt hängt von der konkreten Vertragsgestaltung ab.

Nach Ablauf eines **Vollamortisationsvertrages** kann der Leasingnehmer das Objekt...

- zurückgeben,
- zu einem festgelegten Preis kaufen,
- zu einer niedrigeren Miete mieten.

Bei Vollamortisationsverträgen amortisiert sich der Leasinggegenstand vollständig über die Grundmietzeit.

Wurde der Gegenstand nicht voll amortisiert (**Teilamortisationsvertrag**), so

- kann der Leasinggeber den Gegenstand zu einem festgelegten Preis an den Leasingnehmer verkaufen oder anderweitig verwerten und den Erlös behalten.
- kann der Leasinggeber den Gegenstand verkaufen und der Leasingnehmer wird nach zuvor festgelegten Bedingungen an dem Ergebnis (Gewinn oder Verlust) beteiligt.
- kann der Leasinggeber im Falle eines kündbaren Vertrages den Vertrag kündigen. Dabei wird eine Abschlusszahlung in Höhe der bis dahin noch nicht gedeckten Gesamtkosten fällig.

Bei Teilamortisationsverträgen amortisiert sich der Leasinggegenstand nicht über die Leasingraten, sondern erst über die zusätzlichen Vereinbarungen über die weitere Verwendung des Leasinggegenstandes nach Ablauf der Grundmietzeit.

Sowohl für Voll - als auch für Teilamortisationsverträge gilt: Die Grundmietzeit ist unkündbar und die weitere Verwendung nach Ablauf der Grundmietzeit wird bei Abschluss des Vertrages geregelt. Daher liegen die Risiken des Wertverlustes durch technische oder wirtschaftliche Überalterung beim Leasingnehmer.

## 5) Darlehen

Vorweg ein paar grundsätzliche Dinge:

- **Nennbetrag:** Dies ist eine rein rechnerische Größe als Bemessungsgrundlage für die Höhe von beispielsweise Zinszahlungen.

- **Auszahlungsbetrag / Ausgabekurs:** Der Betrag, der tatsächlich ausgezahlt wird. Oft wird weniger als 100% ausgezahlt. Entsprechend ändert sich die Effektivverzinsung.

- **Rückzahlungsbetrag:** Der Betrag, der zurückgezahlt werden muss. Er stimmt meistens mit dem Nennbetrag überein.

Es gibt verschiedene **Tilgungsformen**:

1) Tilgungsverlauf nicht festgelegt (z.B. Kontokorrentkredit)

2) Festgelegter Tilgungsverlauf: Es gibt folgende Möglichkeiten für einen festen Tilgungsverlauf:

- Nur eine Zahlung zum Vertragsende.

- Feste Zahlungen über die Laufzeit.

- Annuitätentilgung: Jeden Monat/Jahr wird derselbe Betrag an den Kreditgeber gezahlt, bestehend aus Zinsen und Tilgung. Mit dem Zeitablauf steigt der Tilgungsanteil (mehr zur Annuitätenrechnung in Kapitel 3).

Bei den Zinszahlungen muss unterschieden werden, ob

- der Zinssatz über die gesamte Laufzeit fest ist oder

- er variabel an eine externe Größe angeglichen wird.

Oft werden **Nominalzinsen** und **Effektivzinsen** angegeben.

Nominalzinsen enthalten keine Kosten und haben als Basis den Nennbetrag des Wertpapiers

- das Agio bleibt also unberücksichtigt.

Effektivzinsen beinhalten auch die Kosten des Darlehens und das Agio bei der Berechnung des Zinssatzes.

**Beispiel:** Ein Unternehmen gibt ein festverzinsliches Wertpapier mit den folgenden Ausstattungsmerkmalen heraus:

Laufzeit: 2 Jahre

Ausgabekurs: 100€

Jährliche Zinszahlung: 8€

Bearbeitungsgebühr: Einmalig zum Laufzeitende 1€

Ein Investor kauft das Wertpapier nach einem Jahr an der Börse zu 98€.

Der Nominalzins beträgt:  $\frac{8}{100} = 8\%$

Der effektive Zins beträgt:  $\frac{8+2-1}{98} = 9,18\%$

Bei Darlehen unterscheidet man zwischen

-Festdarlehen: Der Darlehensbetrag wird komplett am Ende der Laufzeit zurückgezahlt und nur die Zinsen werden jährlich gezahlt.

-Annuitätendarlehen: Jährlich oder monatlich werden Zinsen und Tilgungszahlungen geleistet. Die Zahlungen sind aber fest und dadurch die Tilgungen der Darlehensbetrag sinkt, steigt mit der Zeit der Anteil an Tilgungszahlungen und der Anteil an Zinszahlungen fällt. Mehr dazu im Kapitel Investition.

-Anleihe: Eine Anleihe ist ein Wertpapier, das gehandelt werden kann und meist werden mehrere ausgegeben. Während also beim Darlehen ein Vertrag zwischen meist 2 Personen gemacht wird (z.B. bei der klassischen Baufinanzierung), wird bei der Anleihe ein Wertpapier der Öffentlichkeit (oder einem ausgesuchten Personenkreis) zum Kauf angeboten und diese können später dann auch gehandelt werden.

Der Zins einer Anleihe kann fest sein oder an einen Referenzzinssatz gebunden sein.

Eine spezielle Anleihe ist der Zerobond. Beim Zerobond gibt es während der Laufzeit keine Zins- oder Tilgungszahlungen sondern nur eine Endzahlung. Meist wird beim Zerobond der Rückzahlungsbetrag 100 gewählt und je nach Zinssatz ergibt sich dann durch Abzinsen der Ausgabekurs (wie man das berechnet kommt im Kapitel Investition).

Stückzinsen: Da Anleihen handelbar sind, und meist nicht zu Zinszahlungsterminen gehandelt werden, ergibt sich folgende Situation: Der Verkäufer hat die Anleihe eine Zeit lang gehalten für die er keine Zinsen bekommt und der Käufer bekommt Zinsen für eine Zeit, die er die Anleihe nicht gehalten hat. Diese Zinsen nennt man Stückzinsen. Den Preis einer Anleihe ohne die Berücksichtigung von Stückzinsen nennt man **clean price** (ansonsten „dirty price“)

### Näherungsformel zur Berechnung des effektiven Zinssatzes

Bei der näherungsweise Berechnung des effektiven Zinses werden alle einmaligen Kosten sowie das Agio gleichmäßig auf die Perioden verteilt und zu der jährlichen Zinszahlung dazu addiert. Basis ist der tatsächlich gezahlte Kaufpreis:

**Beispiel:** Ein Investor kauft ein Wertpapier mit folgenden Ausstattungsmerkmalen:

Laufzeit: 5 Jahre

Ausgabekurs: 94€

Rücknahmekurs: 100€

Nominaler Zins: 4% p.a.

Einmalige Kosten zum Laufzeitende: 1€

Neben den jährlichen Zinszahlungen von 4€ macht der Investor einen Gewinn von 6€ zum Laufzeitende, da er zu 94 kauft und zu 100 verkauft. Außerdem fallen zum Laufzeitende Kosten von 1€ an. Netto fließen dem Investor also im letzten Jahr 5 € aus Agio und Kosten zu. Diese 5€ werden nun gleichmäßig auf die 5 Jahre verteilt. Pro Jahr fließen dem Investor also 4€ aus Zinsen und 1€ aus Agio minus Kosten zu. Basis ist der Kaufpreis von 94€. Dies ergibt eine näherungsweise Verzinsung von:

$$\frac{5}{94} = 5,32\%$$

Wer sich Formeln gut merken kann, merkt sich einfach die Näherungsformel:

$$r = \frac{i + \frac{C_R - C_E}{T}}{C_E}$$

wobei  $C_R$  für den Rücknahmekurs steht,

$C_E$  für den Ausgabekurs,

T für die Laufzeit,

i für den Zinssatz und

r für die Emissionsrendite.

### Hybride Instrumente der Außenfinanzierung

**Stille Einlagen:** Ein stiller Gesellschafter tätigt eine Einlage in eine Gesellschaft und erwirbt damit das Recht auf einen Anteil am Gewinn. Meist ist er von der Geschäftsführung ausgeschlossen. Je nachdem wie der Gesellschaftsvertrag gestaltet ist, hat die stille Beteiligung Eigen- oder Fremdkapitalcharakter.

**Genussscheine:** Ich zitiere mal aus dem Börsenlexikon der FAZ: Ein Genussschein stellt eine Anlageform zwischen Aktie und Anleihe dar. Er verbrieft den Anspruch auf Rückzahlung des Nominalwertes, in der Regel auch das Recht, am Reingewinn oder einer Gesellschaft in einem bestimmten Verhältnis teilzuhaben. Das Stimmrecht ist jedoch ausgeschlossen. Die Erfolgsbeteiligung von Genussscheinen liegt in der Regel über der Verzinsung von Anleihen. Sie nehmen aber in der Regel auch am Verlust einer Unternehmung durch eine Reduktion des Rückzahlungsanspruchs teil. Dieser kann aber durch spätere Gewinne wieder aufgefüllt werden. Im Konkurs- bzw. Liquidationsfall können die Rückzahlungsansprüche der Genussscheininhaber erst nach der vollständigen Befriedigung aller anderen Gläubiger geltend gemacht werden.

**Wandelanleihe:** Dies ist eine Anleihe, die unter bestimmten Umständen vom Inhaber in eine Aktie getauscht werden kann. Beispiel: Ich besitze eine Anleihe von Volkswagen mit Ausgabekurs von 100 und Zinssatz von 5%p.a. Darüberhinaus habe ich das Recht pro 3 Anleihen diese in eine Aktie von Volkswagen zu tauschen.

## Finanzplan

Der Finanzplan hat die Aufgabe

- die Zahlungsfähigkeit des Unternehmens sicherzustellen
- die geeigneten Finanzierungsinstrumente zu wählen
- den Zahlungsmittelbestand möglichst gering zu halten, um die Kapitalkosten und Opportunitätskosten gering zu halten.

## Verbesserte Cashflow Rechnung

Bisher wurde die Cashflow Rechnung auf den betrieblichen Bereich beschränkt. Nun wird sie auf den Investitions- und Finanzierungsbereich erweitert.

Dazu merke dir folgendes Schema:

### Cashflow aus betrieblicher Tätigkeit:

- + zahlungswirksame Erträge
- zahlungswirksame Aufwendungen

### Cashflow aus Investitionstätigkeit:

- Bestandsveränderungen Sachanlagevermögen
- + Abschreibungen
- Bestandsveränderungen Finanzanlagevermögen

### Cashflow Finanzierungstätigkeit:

- + Kapitalerhöhungen-Kapitalentnahmen
- Ausschüttungen
- + Netto-Aufnahme von Krediten und Begebung von Anleihen

## Kennzahlenbasierte Finanzplanung

Hier geht es um die Berechnung von Kennzahlen. Viele kennst du schon aus Einführung BWL

Jetzt heißt es: Auswendig lernen!

Man unterscheidet zwischen horizontalen Kennzahlen: Es werden Positionen beider Seiten der Bilanz miteinander in Verbindung gesetzt.

Und vertikale Kennzahlen: Es werden Positionen der Aktivseite bzw. der Passivseite mit Positionen derselben Bilanzseite in Verbindung gesetzt.

Zunächst einige Abkürzungen:

LM = Liquide Mittel = Kasse + Schecks + Wertpapiere + Bankguthaben

KFK = Kurzfristiges Fremdkapital = Verbindlichkeiten mit einer Restlaufzeit < 1 Jahr (Rückstellungen, Anzahlungen von Kunden, Kredite, vorgesehene Ausschüttungen des aktuellen Jahres)

MUV = Monetäres Umlaufvermögen = Liquide Mittel + Forderungen

UV = Umlaufvermögen = MUV + Vorräte

MFK = Mittelfristiges Fremdkapital = Verbindlichkeiten mit einer Restlaufzeit zwischen 1 und 5 Jahren.

LFK = Verbindlichkeiten mit einer Restlaufzeit über 5 Jahren + Pensionsrückstellungen.

FK = Fremdkapital = KFK + MFK + LFK

Betriebsbedingtes Vermögen = Anlagevermögen – Finanzanlagen + Umlaufvermögen – sonstige Vermögensgegenstände – Wertpapiere des Umlaufvermögens

AV = Anlagevermögen

GV = Gesamtvermögen

EK = Eigenkapital

FK = Fremdkapital

## Kennzahlen

Goldene Finanzierungsregel: Kapitalbindungsdauer und Kapitalüberlassungsdauer sollten übereinstimmen. Will man also ein Projekt finanzieren, das 10 Jahre läuft, dann sollte man einen Kredit aufnehmen, der 10 Jahre läuft. Irgendwie logisch.

- Goldene Bilanzregel:  $\frac{AV}{EK+LFK} \leq 1$

- Anlagendeckungsgrad 1:  $\frac{EK}{AV}$

- Anlagendeckungsgrad 2:  $\frac{EK+LFK}{AV}$

- Liquidität 1. Grades:  $L_1 = \frac{LM}{KFK}$

- Liquidität 2. Grades:  $L_2 = \frac{MUV}{KFK}$

- Liquidität 3. Grades:  $L_3 = \frac{UV}{KFK}$

Anlagenintensität:  $\frac{AV}{GV}$

- Eigenkapitalquote:  $EQ = \frac{EK}{GK}$

- Fremdkapitalquote:  $FQ = \frac{FK}{GK}$

- Verschuldungsgrad:  $V = \frac{FK}{EK}$

### Leverage Effekt

Wird ein Unternehmen neben Eigenkapital auch mit Fremdkapital finanziert, so entsteht für die Eigenkapitalgeber ein Hebeleffekt, der sogenannte Leverage-Effekt. Das versteht man am besten anhand eines **Beispiels**:

Ein Unternehmer möchte ein Projekt durchführen, von dem er nach einer Anfangsinvestition von 100€ eine Rückzahlung von 120€ nach einem Jahr erwartet. Er plant zunächst, das Projekt zu 100% mit Eigenkapital zu finanzieren. Die Rendite auf sein Eigenkapital würde also 20% betragen.

Entscheidet sich der Unternehmer nun, 50% durch einen Kredit zu 10% zu finanzieren, so ändert sich seine Eigenkapitalrendite. Er erhält die Rückzahlung einer 100€-Investition, obwohl er nur 50€ investiert (Hebel). Konkret würde sich seine Rendite wie folgt berechnen:

Investition: 50€

Kreditaufnahme: 50€

Rückzahlung aus Projekt: 120€

Kredittilgung: 50€

Zinsen: 5€.

Nach einem Jahr hätte der Unternehmer 65€ zur Verfügung, was einer Rendite von 30% entspricht.

Der Hebeleffekt muss aber nicht zwangsläufig positiv sein: Sollte die Investition statt 120€ nur 80€ Rückzahlung in einem Jahr haben, so ergäben sich folgende Renditen:

- Rendite bei kompletter Eigenkapitalfinanzierung:

Investition: 100€

Rückzahlung: 80€

Rendite -20%

- Rendite bei 50% Fremdfinanzierung zu 10%:

Investition 50€

Kreditaufnahme: 50€

Rückzahlung aus Projekt :80€

Zinsen: 5€

Nach einem Jahr hätte der Unternehmer 25€ zur Verfügung, was einer Rendite von -50% entspricht.

Der Leverage Effekt kann auch nach der Formel

$$r_E = r_G + (r_G - r_F) * V$$

berechnet werden. Die Symbole bedeuten:

$r_E$  = Eigenkapitalrendite

$r_G$  = Gesamrendite

$r_F$  = Fremdkapitalrendite (Zinssatz des Fremdkapitals)

$V$  = Verschuldungsgrad, also  $\frac{\text{Fremdkapital}}{\text{Eigenkapital}}$

Für unser Beispiel mit einer Projektauszahlung von 120 und 50% Fremdfinanzierung zu 10% würde sich ergeben:

$$20\% + (20\% - 10\%) * \frac{50}{50} = 30\%$$

Du kannst die Formel auswendig lernen oder die Berechnung wie oben über die Ein- und Auszahlungen berechnen.

Für den Eigenkapitalgeber ist die Fremdfinanzierung natürlich vorteilhaft, solange die erwartete Rendite des Projekts höher ist als die Zinsen, die er für das Fremdkapital zahlen muss.

Dieses Modell werden wir später auf Zahlungen in mehreren Zeitpunkten und um unsichere Projektrückflüsse erweitern.

## Kapitalkosten

Kapitalkosten sind doch klar könnte man denken: Fremdkapital wird zu einem Zins aufgenommen und Eigenkapital kostet nichts. Diese Ansicht ist gesellschaftlich weit verbreitet aber in der Finanzwirtschaft völlig unzutreffend.

Dass Fremdkapital Zinsen kostet, ist klar, aber auch Eigenkapital hat Kosten. Die sogenannten Opportunitätskosten. Ich erkläre das mal an einem Beispiel:

Ich schreibe diese Skripte und muss mir einen Drucker für 200€ kaufen. Der ist effizienter als mein alter Drucker und ich erwarte dadurch eine Rendite von 10%p.a. Den neuen Drucker bezahle ich aus Eigenkapital. Meine Bank bietet mir einen Habenzins von 5%. Diese „Opportunität“ entgeht mir aber, wenn ich den Drucker kaufe. Die Kosten meines Eigenkapitals sind also 5% p.a. Genauso könnte mir ein Freund eine Investition anbieten, bei der ich 8% Rendite erziele. Dann wären die Kosten des Eigenkapital 8%.

Damit ist recht simpel erklärt WARUM Eigenkapital überhaupt Kosten hat. Jetzt wollen wir noch klären was die HÖHE der Eigen- und Fremdkapitalkosten beeinflusst.

## Risiko

Ohne Risiko würde jede Investition dieselbe Rendite bringen. Sobald eine Investition eine überdurchschnittliche Rendite bringt würde die Nachfrage danach steigen und damit die Investition im Kurs steigen. Der Begriff „Kurs“ ist jetzt etwas neu. Bei Investitionen ist nicht direkt erkennbar, was der Kurs sein soll. Bei einer Aktie oder Anleihe ist das aber klar. Aber auch im Beispiel des Druckers kann man sagen: Ein Drucker, der so effizient ist, der würde auch gekauft werden, wenn er teurer wäre und der Verkäufer wird bei hoher Nachfrage den Preis erhöhen, bis die erzielte Rendite so weit gesunken ist, dass die Neuanschaffung sich gerade noch lohnt.

Wir betrachten nun aber Kapitalanlagen mit Risiko: Risiko ist etwas negatives und Kapitalgeber wollen es vermeiden. Versucht ein Unternehmer Kapital für ein risikobehaftetes Projekt zu bekommen, dann wird er für Fremdkapital mehr Zinsen zahlen müssen und wenn er Eigenkapital bekommen möchte muss er die Anteile seines Unternehmens günstiger verkaufen weil die Kapitalgeber höhere Rückflüsse für das eingegangene Risiko verlangen.

Die Kapitalkosten bestehen also einerseits aus einem risikolosen Zins und einer Risikoprämie.

## Modigliani-Miller-Thesen

Die Modigliani-Miller-Thesen sind:

- 1) Zwei Unternehmen mit identischem leistungswirtschaftlichen Risiko, die sich ausschließlich hinsichtlich ihres Verschuldungsgrades unterscheiden, weisen denselben Wert auf.
- 2) Die prozentualen Eigenkapitalkosten eines Unternehmens steigen linear mit dem Verschuldungsgrad.
- 3) Die Gesamtkapitalkosten sind unabhängig vom Verschuldungsgrad.

Es gilt als Bedingung für diese Thesen die Annahme des vollkommenen Kapitalmarktes.

Zu 1) Also die Fernuni belegt die Richtigkeit mit der Arbitragefreiheit. Das bedeutet, dass man, wenn die Unternehmen verschieden viel wert sind, das teurere verkaufen und das billigere verkaufen könnte und ohne Risiko Geld verdienen könnte (da sie ja dasselbe Risiko haben). Den Verschuldungsgrad des Unternehmens kann man als Investor ja privat nachbauen. Beispiel: Zwei Unternehmen A und B, beide besitzen Anlagen im Wert von 100.000. A ist komplett eigenkapitalfinanziert und B hat 50.000EK und 50.000 FK. Als Investor, der 1000€ anlegen möchte könnte ich einfach Anteile an A für 1000€ kaufen und 500€ Kredit aufnehmen und hätte dieselbe Situation wie beim Kauf von Anteilen von B über 1000€. Daher ist es unsinnig, dass die Unternehmen verschieden viel wert sind.

Ich würde das ganz anders erklären: Angenommen ich möchte das gesamte Unternehmen kaufen und bin bereit 100.000 zu zahlen, weil das der faire Wert der Vermögensgegenstände ist. Der Verkäufer kommt nun aber und sagt: Nein, du solltest mir mehr bzw. weniger zahlen, weil ich ja das ganze kreditfinanziert habe...offensichtlich ist es für mich völlig egal wie der Verkäufer sein Unternehmen finanziert hat.

Noch einfacher: Ich kaufe ein Haus. Da ist es doch völlig irrelevant für den Wert des Hauses ob der jetzige Inhaber es mit Kredit ohne finanziert hat.

Zu 3) Klar, wenn die Gesamtkosten zweier identischer Unternehmen unterschiedlich wären, dann wären sie ja verschieden viel wert, was, siehe 1), nicht der Fall ist.

Zu 2) Also das ist einerseits völlig logisch: Da Eigenkapital risikobehafteter ist als Fremdkapital, sind auch die Eigenkapitalkosten höher als die Fremdkapitalkosten. Da die Gesamtkapitalkosten (siehe 2)) fix sind, steigen die prozentualen Eigenkapitalkosten wenn der Anteil an Fremdkapitalkosten sich erhöht. Einerseits ergibt sich das aus dem steigenden Risiko (je höher der Fremdfinanzierungsanteil, desto höher das Risiko für die Eigenkapitalgeber und damit auch die Eigenkapitalkosten) und es ergibt sich rechnerisch:

$$k_{GK} * GK = k_{EK} * EK + k_{FK} * FK$$

,wobei  $k_{GK}$  für die prozentualen Kosten des Gesamtkapitals steht usw.

Da  $k_{GK}$  und  $k_{FK}$  konstant sind muss  $k_{EK}$  linear mit  $\frac{FK}{EK}$  steigen. Und  $\frac{FK}{EK}$  ist der Verschuldungsgrad  $V$ .

### **Irrelevanz der Kapitalstruktur**

Da die Kapitalstruktur irrelevant ist, könnte man argumentieren, dass der ganze Fernuni-Kurs irrelevant ist (bis auf die Erkenntnis der Irrelevanz), aber es gibt andere Faktoren, die bei der Entscheidung der Kapitalstruktur eine Rolle spielen und zwar die steuerlich unterschiedliche Behandlung von Fremdkapital (Kosten sind steuerlich absetzbar) und Eigenkapital (Opportunitätskosten sind nicht absetzbar). Außerdem erhöht ein hoher Verschuldungsgrad das Insolvenzrisiko.

## Finanzmärkte

Auf einem Finanzmarkt kommen Geldgeber und Geldnehmer für den Abschluss von Finanzkontrakten und die Übertragung von Finanztiteln zusammen.

Es wird zwischen Primärmarkt und Sekundärmarkt unterschieden.

- **Primärmarkt:** Auf dem Primärmarkt wird ein neuer Finanzkontrakt von einem Geldnehmer verkauft.

- **Sekundärmarkt:** Hier wird ein bestehender Finanzkontrakt von einem Geldgeber an einen anderen Geldgeber verkauft. Der originale Geldnehmer bleibt von der Transaktion unbetroffen.

Sekundärmärkte werden weiter nach ihrem Organisationsgrad unterschieden. Merkmale von hohem Organisationsgrad sind:

- Es bestehen institutionelle Rahmenbedingungen, die die Suche nach einem Vertragspartner erleichtern.
- Zeitsparendes Verfahren zum Vertragsabschluss.
- Bestehen von standardisierten und kostenminimalen Abwicklungsmechanismen.
- Es bestehen Vorkehrungen gegen Leistungsausfall (Kaufpreiszahlung, Wertpapierlieferung)
- Transparente, kostengünstige Informationen, die allen Marktteilnehmern zur Verfügung stehen.

Die Vorteile hoch organisierter Märkte sind:

- Aufgrund der Sicherheit des Handels steigt die Bereitschaft Geschäfte einzugehen und auch größere Geschäfte werden möglich.
- Durch das geringere Risiko sind Geldgeber bereit, ihr Kapital zu günstigeren Konditionen zur Verfügung zu stellen (fordern z.B. einen niedrigeren Zins für ihre Investitionen).

### Finanztitel mit Wertpapiercharakter

Es wird zwischen 3 Arten von Finanztiteln mit Wertpapiercharakter unterschieden:

**Inhaberpapiere:** Bei Inhaberpapieren kann der jeweilige Inhaber den verbrieften Anspruch geltend machen. Das Inhaberpapier enthält nicht den Namen des Berechtigten. Das Inhaberpapier kann durch einfache Übergabe übertragen werden. Wird das Wertpapier bei einem Dritten verwahrt (Im Depot einer Bank), so kann das Inhaberpapier durch Abtretung des Herausgabeanspruchs übertragen werden.

**Orderpapiere:** Ein Orderpapier enthält den Namen des Berechtigten. Dieser kann das Wertpapier durch einen schriftlichen Übertragungsvermerk (Indossament) auf der Rückseite übertragen.

**Namenspapiere:** Namenspapiere lauten auf den Namen einer bestimmten Person und können nicht durch Indossament übertragen werden. Die Übertragung ist aber durch Abtretung möglich.

## Wertpapierbörsen

An Wertpapierbörsen wird der organisierte Handel von Wertpapieren abgewickelt. Der Handel wird von 2 Gruppen abgewickelt:

- **Händler** kaufen und verkaufen Wertpapiere auf eigene Rechnung und auf Rechnung Dritter.
- **Makler** nehmen die Aufträge der Händler entgegen und führen diese aus. **Amtliche Makler** dürfen nur zum Spitzenausgleich der Händleraufträge kurzfristig auf eigene Rechnung handeln. **Freie Makler** dürfen wie Händler auch auf eigene Rechnung handeln.

An Wertpapierbörsen gibt es verschiedene **Arten der Kursfeststellung**:

- **Handel zum Einheitspreis**: Liegen mehrere Kauf- und Verkauforders vor, so ermittelt der Makler den Kurs, bei dem es den höchsten Umsatz gibt. Alle Verkauforders, die unlimitiert oder limitiert sind auf Preise, die kleiner oder gleich dem Einheitspreis sind, werden ausgeführt. Ebenso werden alle Kauforders, die unlimitiert oder limitiert sind auf Preise, die größer oder gleich dem Einheitspreis sind, ausgeführt. Sollte ein Angebots- oder Nachfrageüberhang bestehen, so wird dieser meist vom Makler auf eigene Rechnung übernommen.
- **Fortlaufender Handel**: Es werden ständig Kauf- und Verkauforders an die Makler gegeben und diese werden sofort ausgeführt.

## Kurszusätze

Findet Handel statt, so sind unter bestimmten Bedingungen folgende Kurszusätze hinter der Preisangabe möglich:

-,b“: Bezahlt. Zu dem Kurs konnten Wertpapiere gehandelt werden.

-,bG“: Bezahlt und Geld. Es wurden Wertpapiere umgesetzt und es gibt weitere Kauforders (Orders auf der Geldseite) zu diesem Kurs.

-,bB“: Bezahlt und Brief. Es wurden Wertpapiere umgesetzt und es gibt weitere Verkauforders (Orders auf der Briefseite) zu diesem Kurs.

„Ex D“: Die Aktie wird erstmals ohne Anspruch auf Dividende gehandelt.

„Ex BR“: Die Aktie wird erstmals ohne Anspruch auf Bezugsrechte gehandelt.

**Beispiel:** Bei einem Kursmakler einer börsennotierten AG liegen folgende Aufträge vor:

Kauforder		Verkaufsorder	
Stück	Preis	Stück	Preis
20	20	10	unlimitiert
10	21	30	22
20	22	40	22,5
20	23	10	23
50	23,5	50	24
5	24	10	25
10	25	20	25,5
15	unlimitiert	5	26

Es soll der nächste Kurs festgestellt werden.

Zur **Lösung** berechnet man zu jedem Preis die gesamte Nachfragemenge und die gesamte Angebotsmenge:

Nachfragemenge	Preis	Angebotsmenge	Max. gehandelte Menge
150	20	10	10
130	21	10	10
120	22	40	40
100	22,5	80	80
100	23	90	<b>90</b>
80	23,5	90	80
30	24	140	30
25	25	150	25
15	25,5	170	15
15	26	175	15

Beim Preis von 23€ können 90 Stück gehandelt werden. Dies ist das Maximum. Damit ist die nächste Kursfeststellung 23. Der Kurszusatz wäre bG, da es weitere Kauforders zu diesem Kurs gibt.

## **Aufgaben zu 2.0**

### **Aufgabe 2.1**

Gib an, welche der folgenden Aussagen richtig und welche falsch sind:

- a) Erhöhen Gesellschafter ihre Einlagen, dann gilt dies als Innenfinanzierung, da die Gesellschafter zur Gesellschaft gehören.
- b) Umsatzerlöse zählen zur Außenfinanzierung, da das Geld von (gesellschaftsexternen) Kunden stammt.
- c) Die Auflösung von Liquiditätsreserven zählt zu der Innenfinanzierung.
- d) Das Unternehmen kann die Zahlungen aus der Innenfinanzierung beschleunigen, indem der Skontosatz erhöht wird.
- e) Durch den Verkauf von Kunden-Forderungen vor Fälligkeit kann die Zahlung aus der Außenfinanzierung beschleunigt werden.

### **Aufgabe 2.2**

Gib an, in welcher Form und Höhe sich folgende Geschäftsvorfälle auf die Innen- bzw. auf die Außenfinanzierung auswirken:

- a) Produkte wurden in Höhe von 50.000€ auf Ziel verkauft.
- b) Ein Kredit über 10.000€ wird bei der Bank aufgenommen.
- c) Ein Gesellschafter entnimmt 5.000€ aus der Gesellschaft.
- d) Löhne in Höhe von 10.000€ werden ausgezahlt.
- e) 100. 000 Aktien werden zu einem Nennwert von 1€ ausgegeben. Der Verkaufspreis beträgt 2€.

**Aufgabe 2.3**

Ein Unternehmer verfügt über ein Eigenkapital von 100.000€ und möchte ein Projekt über ein Jahr durchführen, das eine Anfangseinzahlung von 300.000 benötigt. Er nimmt zur Durchführung einen Kredit zu 10% p.a. auf. Die Rendite des Projektes beträgt 12%.

- a) Berechne den Verschuldungsgrad.
- b) Berechne die Eigenkapitalrendite.
- c) Was ist der maximale Zinssatz, den der Unternehmer bereit sein sollte zu zahlen, wenn der risikolose Zinssatz 5% beträgt?

**Aufgabe 2.4**

Nimm kritisch Stellung zu folgender Aussage:

„Vergleicht man den Verschuldungsgrad von zwei Unternehmen, so ist das Unternehmen mit dem höheren Verschuldungsgrad immer das riskantere.“

**Aufgabe 2.5**

Ein Investor besitzt 10.000€ und möchte in ein Wertpapier investieren, das in einem Jahr eine Rendite von 6% erwirtschaften wird. Er kann Kapital zu 4% aufnehmen. Der risikolose Zinssatz beträgt 8%. Seine Hausbank ist bereit, ihm für die Investition in das Wertpapier bis zu 20.000€ zu leihen.

- a) Sollte der Investor in das Wertpapier investieren?
- b) Falls ja, welchen Zinssatz wäre der Investor maximal bereit zu zahlen?

**Aufgabe 2.6**

Erläutere, warum es bei Kapitalgesellschaften, bei denen die Gesellschafter nicht privat und unbeschränkt haften, aufgrund von Moral Hazard Problemen zu Überschuldung und risikoreichen Geschäftsstrategien kommen kann.

**Aufgabe 2.7**

In der Finanzkrise wurde das Bonussystem der Hedge-Fonds und Investmentbanken kritisiert, da die Manager ein zu hohes Risiko eingegangen seien. Stelle die Problematik eines Vermögensverwalters dar, dessen Bonus 20% seiner erwirtschafteten Rendite über 10% beträgt.

**Aufgabe 2.8**

Ein Investor möchte sein Kapital investieren und muss sich für einen von zwei Fonds entscheiden. Über die Fonds sind folgende Daten bekannt:

**Fonds A:**

Erwartete Rendite des Zielinvestments (nicht des Fonds): 6%

Fremdkapital: 10 Mio €

Eigenkapital: 10 Mio €

Fremdkapitalzinsen: 4%

**Fonds B:**

Erwartete Rendite des Zielinvestments (nicht des Fonds): 6%

Fremdkapital: 10 Mio €

Eigenkapital: 20 Mio €

Fremdkapitalzinsen: 3%

a) Für welche der beiden Fonds sollte sich der Investor entscheiden?

b) Was sind die kritischen Werte für die erwartete Rendite der Zielinvestments, bei denen der Investor zwischen den beiden Fonds indifferent ist?

**Aufgabe 2.9**

Gib zu den folgenden Geschäftsvorfällen die gezahlten Beträge an und ob diese zur Innen- oder Außenfinanzierung gehören oder zur sonstigen Mittelverwendung (Investitionen, Tilgung, Ausschüttungen). Gib außerdem an, wie sich der Zahlungsmittelbestand verändert.

- a) Es werden Waren in Höhe von 100.000€ verkauft. 60.000€ hatte der Kunde im letzten Jahr angezahlt. Der Rest wird bezahlt.
- b) Es werden Mietkosten von 5.000€ beglichen. Außerdem werden Rücklagen über 10.000€ gebildet.
- c) Es wird eine neue Maschine, die im Produktionsprozess benötigt wird, für 200.000€ gekauft und per Überweisung gezahlt.
- d) Es werden außerplanmäßige Abschreibungen auf eine Maschine von 10.000€ vorgenommen.
- e) Es wird ein Gesellschafter aufgenommen, der eine Einlage von 100.000€ erbringt. Außerdem bringt der Gesellschafter seinen neuen PKW im Wert von 40.000€ in die Gesellschaft ein.
- f) Es werden neue Anlagen für 100.000€ angeschafft und um 5.000€ abgeschrieben.
- g) Der Lohnaufwand der Periode betrug 50.000€. 40.000€ davon waren zahlungswirksam.
- h) Fertigprodukte werden für 25.000€ auf Ziel verkauft.
- i) Es wird ein Kredit über 200.000€ aufgenommen und voll ausgezahlt.

	Innenfinanzierung	Außenfinanzierung	Zahlungsmittel	Mittelverwendung
a)				
b)				
c)				
d)				
e)				
f)				
g)				
h)				
i)				

**Aufgabe 2.10**

Gib zu den folgenden Geschäftsvorfällen an, ob es sich um Einzahlungen/Auszahlungen und/oder Ertrag / Aufwand handelt. Trage in der unten stehenden Tabelle jeweils die Beträge ein.

- a) Ein Kunde begleicht seine offene Rechnung über 1.000€.
- b) Ein Kunde storniert einen Auftrag und erhält seine Anzahlung über 500€ zurück.
- c) Privatentnahme eines Gesellschafters von 1.000€.
- d) Ein Drucker mit Buchwert von 200€ wird für 500€ verkauft.
- e) Ein Kredit über 40.000€ wird zurückgezahlt.

	Ein- Auszahlung	Ertrag / Aufwand
a)		
b)		
c)		
d)		
e)		

**Aufgabe 2.11**

Gib zu den folgenden Geschäftsvorfällen an, ob es sich um Einzahlungen/Auszahlungen oder Ertrag / Aufwand handelt. Trage in der unten stehenden Tabelle jeweils die Beträge ein.

- a) Auf eine Maschine werden Abschreibungen über 10.000€ vorgenommen.
- b) Eine offene Verbindlichkeit über 1.000€ einem Lieferanten gegenüber wird von uns überwiesen.
- c) Ein Pkw, der mit 10.000€ in den Büchern steht, wird zu 12.000€ verkauft. Der Käufer wird erst in 3 Monaten bezahlen.
- d) Büroausstattung mit Buchwert 2.000€ wird an eine wohltätige Organisation gespendet.
- e) Es gehen Mieteinnahmen über 2.000€ ein.
- f) Eine Maschine mit Buchwert 5.000€ wird für 6.000€ verkauft. Das Zahlungsziel beträgt 2 Monate.

	Ein- Auszahlung	Ertrag / Aufwand
a)		
b)		
c)		
d)		
e)		
f)		

**Aufgabe 2.12**

Gib an, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind:

- a) Bei einer ordentlichen Kapitalerhöhung steht den Altaktionären ein Bezugsrecht auf die jungen Aktien zu. Damit wird sichergestellt, dass keine ungewollten neuen Aktionäre die Aktien erwerben.
- b) Bei einer ordentlichen Kapitalerhöhung wird das Agio in die Kapitalrücklage eingestellt.
- c) Bei der nominellen Kapitalerhöhung fließt der Gesellschaft frisches Kapital zu.
- d) Der Kurs der Altaktien fällt in der Regel nach Ankündigung einer Kapitalerhöhung, bei der der Kurs der jungen Aktien unterhalb des Kurses der Altaktien liegt und steigt nach Durchführung der Kapitalerhöhung.
- e) Bei einer ordentlichen Kapitalerhöhung werden die Rücklagen teilweise aufgelöst.
- f) Der Bilanzkurs steigt bei einer nominellen Kapitalerhöhung immer.
- g) Ein Gesellschafterdarlehen wird im Insolvenzfall in keinem Fall als Eigenkapital behandelt.
- h) Die Höhe der Haftungsmasse ist unabhängig von der Finanzierungsart (Eigen- oder Fremdkapital).

**Aufgabe 2.13**

Erhöhen die Kommanditisten ihre Einlage, so ist dies positiv für die Gläubiger der KG.  
Erhöhen die Gesellschafter einer OHG ihre Einlagen, so ist dies kaum oder gar nicht positiv für die Gläubiger. Begründe warum.

**Aufgabe 2.14**

Begründe kurz, warum eine nominelle Kapitalerhöhung positiv für die Gläubiger der Gesellschaft ist.

**Aufgabe 2.15**

Erläutere:

- Verwässerungseffekt
- Kompensationseffekt
- Ankündigungseffekt

**Aufgabe 2.16**

Nenne die wichtigsten Eigenschaften der folgenden Aktienarten bezüglich ihrer Übertragbarkeit:

- 1) Inhaberaktie
- 2) Vinkulierte Namensaktie
- 3) Namensaktie

**Aufgabe 2.17**

(Die Aufgabentypen 3.6 und 3.7 werden sehr oft geprüft.)

Der Aktienkurs der fernuni-online AG steht bei 100 und es soll eine ordentliche Kapitalerhöhung durchgeführt werden. Folgende Daten sind gegeben:

Gezeichnetes Kapital: 10.000€

Anzahl alter Aktien: 1.000

Anzahl junger Aktien: 500

Ausgabekurs der jungen Aktien: 90€

Nennwert der jungen Aktien 10€

Für zwei Bezugsrechte erhält man das Recht, eine junge Aktie zu 90€ zu kaufen.

- a) Berechne den theoretischen Wert eines Bezugsrechtes.
- b) Ein Aktionär möchte so viele Bezugsrechte verkaufen, dass er die restlichen Bezugsrechte nutzen kann, ohne weiteres Geld aufzubringen. Wie viele Aktien müsste dieser Aktionär besitzen?
- c) Welche zwei Faktoren bestimmen das Ausmaß der Kursveränderung?

**Aufgabe 2.18**

Eine Aktiengesellschaft hat 10Mio Aktien mit einem Nennwert von 4€ ausgegeben. Die AG benötigt nun 10Mio € und plant diese durch eine ordentliche Kapitalerhöhung zu beschaffen. Der Emissionskurs der jungen Aktien soll 20 € betragen. Nach der Ankündigung steigt der Börsenkurs von 28 auf 31€ und bleibt dort konstant bis zur Ausgabe der jungen Aktien.

- a) Wie ändert sich die Bilanz der Gesellschaft durch die Aktienemission?
- b) Berechne den Wert eines Bezugsrechtes.

**Aufgabe 2.19**

Eine börsennotierte AG führt eine nominelle Kapitalerhöhung mit Anpassung der Nennwerte durch, wobei das Grundkapital von 500 Mio € auf 700 Mio € steigt. Der Börsenkurs und der Bilanzkurs betragen vor der Kapitalerhöhung 30€ bzw. 20€.

- a) Wie ändert sich der Börsenkurs durch die Kapitalerhöhung?
- b) Wie ändern sich die Nennwerte durch die Kapitalerhöhung?
- c) Wie viel frisches Kapital fließt der AG durch die Kapitalerhöhung zu?
- d) Verändert sich durch die Kapitalerhöhung die Position der Fremdkapitalgeber? Begründe.
- e) Würde sich der Börsenkurs verändern, wenn Gratisaktien ausgegeben würden?

**Aufgabe 2.20**

Bestimme mit der Näherungsformel die Emissionsrendite der folgenden Anleihe:

Emissionskurs:	90%
Nominalzins:	5%
Laufzeit:	5 Jahre
Tilgung:	100% zum Laufzeitende.

## Lösungen zu 2.0

### Lösung zu 2.1

- a) Falsch. Innenfinanzierung ist Mittelzufluss aus dem operativen Geschäft.
- b) Falsch. Zur Außenfinanzierung gehört der Kapitalfluss zwischen Kapitalgebern und der Gesellschaft.
- c) Falsch. Liquiditätsreserven sind eine eigene Finanzierungsquelle.
- d) Richtig.
- e) Falsch. Kundenforderungen gehören zur Innenfinanzierung.

### Lösung zu 2.2

- a) Keine Auswirkung, da auf Ziel.
- b) Außenfinanzierung +10.000€.
- c) Mittelverwendung.
- d) Innenfinanzierung -10.000€.
- e) Außenfinanzierung +200.000€.

**Lösung zu Aufgabe 2.3**

a) Der Verschuldungsgrad ist der Quotient aus Fremdkapital und Eigenkapital, also 2.

b) Einnahmen aus dem Projekt:  $12\% * 300.000 = 36.000$

Auszahlung an die Bank für den Kredit: 20.000

Eigenkapitalrendite:  $\frac{36.000-20.000}{100.000} = 16\%$

c) Hätte der Investor genügend Eigenkapital, um das Projekt alleine zu finanzieren, so müsste die Antwort lauten: Er ist maximal bereit, einen Zinssatz in Höhe der Projektrendite von 12% zu zahlen. Da in diesem Fall aber die Durchführung des Projektes von der Kapitalaufnahme abhängt, müsste der Unternehmer bereit sein, einen Zins zu zahlen, bei dem die Eigenkapitalrendite des Projektes über dem risikolosen Zins von 5% liegt.

Eigenkapitalrendite:  $\frac{36.000-x}{100.000} = 5\%$

Daraus folgt:

$$X = 31.000$$

Der Zinssatz beträgt also:  $\frac{31.000}{200.000} = 15,5\%$

**Lösung zu Aufgabe 2.4**

Immer wenn es heißt „immer“, solltest du vorsichtig sein. Es ist richtig, dass ein hoher Verschuldungsgrad das Risiko erhöht, es gibt aber noch wesentlich mehr Faktoren. So kann ein Internet-startup, das keine Schulden hat, trotzdem ein riskanteres Investment sein als ein Stromversorger, der einen hohen Verschuldungsgrad hat. Dies nennt man das leistungswirtschaftliche Risiko.

**Lösung zu Aufgabe 2.5**

a) Zunächst fällt auf, dass das Wertpapier eine niedrigere Rendite aufweist als der risikolose Zins. Der Investor sollte also nicht investieren. In diesem Fall ist es aber möglich die Eigenkapitalrendite der Investition durch Kreditaufnahme zu erhöhen. Mit Kreditaufnahme ergibt sich folgende Eigenkapitalrendite:

Rückzahlung aus Wertpapier:  $30.000 * 6\% = 1.800$

Zinszahlung:  $20.000 * 4\% = 800$

Eigenkapitalrendite:  $\frac{1.800-800}{10.000} = 10\%$

Der Investor sollte also den Kredit aufnehmen und in das Wertpapier investieren.

b) Um die Höhe des maximal akzeptablen Zinssatzes zu ermitteln, muss die Eigenkapitalrendite der kreditfinanzierten Investition in das Wertpapier genauso hoch sein wie die Unterlassensalternative (der risikolose Zins).

$$\frac{1800 - 20.000 * r}{10.000} = 8\%$$

$$20.000r = 1.000$$

$$r = 5\%$$

Der Investor ist maximal bereit, 5% für den Kredit zu zahlen.

**Lösung zu 2.6**

Moral Hazard bedeutet im Finanzzusammenhang, dass ein Unternehmen nach Vertragsabschluss eine andere Unternehmensstrategie umsetzt, als vor Vertragsabschluss kommuniziert. Haften die Gesellschafter nur begrenzt, so führt eine höhere Verschuldung dazu, dass weniger Eigenkapital riskiert werden muss. Die Risikobereitschaft steigt dann, weil die Gesellschafter an positiven Entwicklungen unbegrenzt partizipieren, bei negativen Entwicklungen aber zum großen Teil nicht eigenes, sondern das Geld der Gläubiger verlieren. Da mindestens der Fremdkapitalzinssatz erwirtschaftet werden muss, besteht ein weiterer Anreiz, riskantere Projekte (mit tendenziell höherer Rendite) durchzuführen.

**Lösung zu 2.7**

Partizipiert der Vermögensverwalter zu 20% an den Gewinnen über 10%, so besteht für ihn ein Anreiz, Investitionen mit möglichst hoher Rendite einzugehen. Das Risiko betrifft ihn nicht direkt, da er an den Verlusten nicht beteiligt wird. Ein Projekt, das zu 90% Totalverlust erleidet, aber zu 10% eine Rendite von 20% erzielt, wäre für den Vermögensverwalter vorteilhafter als ein Projekt, das sicher 10% erwirtschaftet.

**Lösung zu 2.8**

Fonds A:

Ertrag:

$$20 \text{ Mio} * 6\% = 1.200.000$$

Zinsen:

$$10 \text{ Mio} * 4\% = 400.000$$

Gewinn:

$$1.200.000 - 400.000 = 800.000$$

Rendite:

$$\frac{800.000}{10 \text{ Mio}} = 8\%$$

Fonds B

Ertrag:

$$30 \text{ Mio} * 6\% = 1.800.000$$

Zinsen:

$$10 \text{ Mio} * 3\% = 300.000$$

Gewinn:

$$1.800.000 - 300.000 = 1.500.000$$

Rendite:

$$\frac{1.500.000}{20 \text{ Mio}} = 7,5\%$$

Die Investition in Fonds A ist der Investition in Fonds B vorzuziehen.

b) Man wählt den Zinssatz als variabel und setzt die Renditen der beiden Fonds gleich:

$$\frac{20 \text{ Mio} * x - 400.000}{10 \text{ Mio}} = \frac{30 \text{ Mio} * x - 300.000}{20 \text{ Mio}}$$

Nach x auflösen:

$$40 \text{ Mio} * x - 800.000 = 30 \text{ Mio} * x - 300.000$$

$$10 \text{ Mio} * x = 500.000$$

$$x = 5\%$$

Bei einer Rendite der Zielinvestments von 5% ist der Investor zwischen den Fonds indifferent.

### Lösung zu 2.9

	Innenfinanzierung	Außenfinanzierung	Zahlungsmittel	Mittelverwendung
a)	40.000		40.000	
b)	-5.000		-5.000	
c)			-200.000	-200.000
d)				
e)		100.000	100.000	
f)			-100.000	-100.000
g)	-40.000		-40.000	
h)				
i)		200.000	200.000	

Abschreibungen, Rücklagen, Verkäufe auf Ziel oder der in die Gesellschaft eingebrachte PKW sind keine Zahlungen und werden daher nicht in der Finanzierung erfasst.

**Lösung zu 2.10**

	Ein- Auszahlung	Ertrag / Aufwand
a)	+1.000	0
b)	-500	0
c)	-1.000	0
d)	+500	+300
e)	-40.000	0

**Lösung zu 2.11**

	Ein- Auszahlung	Ertrag / Aufwand
a)	0	-10.000
b)	-1.000	0
c)	0	2.000
d)	0	-2000
e)	2.000	2.000
f)		1.000

**Lösung zu 2.12**

- a) Falsch. Bezugsrechte müssen nicht ausgeübt werden und Dritte können die Bezugsrechte erwerben und neue Aktien kaufen. Bezugsrechte dienen den Altaktionären als Kompensationseffekt und als Möglichkeit, ihren Stimmrechtsanteil beizubehalten.
- b) Richtig.
- c) Falsch. Es findet nur eine Umbuchung im Eigenkapital statt.
- d) Falsch. Es gibt keinen Grund warum der Kurs nach Durchführung der Kapitalerhöhung steigen sollte (jedenfalls nicht im Fernuni Skript).
- e) Falsch. Dies wäre bei einer nominellen Kapitalerhöhung der Fall.
- f) Falsch. Er fällt oder bleibt gleich, da das Eigenkapital unverändert bleibt, aber neue Aktien ausgegeben werden (in den meisten Fällen) oder der Nennwert der alten Aktien erhöht wird.
- g) Falsch. Unter gewissen Bedingungen (Missbrauch des Informationsvorsprungs des Gesellschafters) kann das Darlehen bei Haftungsfragen als Eigenkapital behandelt werden.
- h) Richtig. Die Gesellschaft haftet mit ihrem gesamten Vermögen-woher das Vermögen stammt ist irrelevant.

**Lösung zu 2.13**

Bei der Einlagenerhöhung einer KG steigt die Haftungsmasse. Bei der OHG haften die Gesellschafter sowieso unbeschränkt und gesamtschuldnerisch mit ihrem Privatvermögen. Die Einlage erhöht also die Haftungsmasse nicht.

**Lösung zu 2.14**

Bei der nominellen Kapitalerhöhung steigt das gezeichnete Kapital. Dieses kann nicht an die Gesellschafter ausgeschüttet werden, was positiv für die Gläubiger ist.

**Lösung zu 2.15**

- Verwässerungseffekt: Da junge Aktien in der Regel unter dem Kurs der alten Aktien ausgegeben werden, sinkt der Aktienkurs der alten Aktien.
- Kompensationseffekt: Die Altaktionäre erhalten ein Bezugsrecht für junge Aktien. Der Wert dieses Bezugsrechts kompensiert den Vermögensverlust des Verwässerungseffektes.
- Ankündigungseffekt: Der Kurs der Aktien reagiert auf die Ankündigung einer Kapitalerhöhung.

**Lösung zu 2.16**

- 1) Die Inhaberaktie kann durch Einigung und Übergabe übertragen werden.
- 2) Die vinkulierte Namensaktie kann durch Indossament und Zustimmung der AG übertragen werden.
- 3) Die Namensaktie kann durch Indossament übertragen werden.

**Lösung zu 2.17**

a) Der Wert eines Bezugsrechtes entspricht dem Vermögensverlust eines Altaktionärs durch die Kapitalerhöhung. Es muss also die Differenz der Aktienkurse vor und nach Kapitalerhöhung berechnet werden.

Aktienkurs vor Kapitalerhöhung: 100

Aktienkurs nach Kapitalerhöhung:

$$\frac{2 * 100 + 1 * 90}{3} = 96,67$$

Ein Bezugsrecht müsste also  $100 - 96,67 = 3,33\text{€}$  Wert sein.

b) Der Wert eines Bezugsrechtes ist aus a) mit 3,34€ bekannt. Der Aktionär benötigt 2 Bezugsrechte für das Recht, eine junge Aktie zu kaufen und weitere Bezugsrechte im Wert von 90€.

$$\frac{90}{3,33} = 27$$

Der Aktionär müsste also 27 Bezugsrechte verkaufen und 2 Bezugsrechte nutzen. Er benötigt also 29 Aktien.

c) Die Höhe des Emissionskurses und die Anzahl junger Aktien.

**Lösung zu 2.18**

a) Es werden 500.000 neue Aktien mit einem Nennwert von 4€ ausgegeben. Das Grundkapital steigt also um 2 Mio €.

Der Gesellschaft fließen insgesamt 10Mio € zu. Die restlichen 8 Mio werden in die Kapitalrücklage gebucht.

Die Anzahl der Aktien erhöht sich von 10Mio auf 10,5Mio.

b) Die Formel für das Bezugsrecht lautet:

$$B = \frac{C_{B\ddot{o}} - C_E}{b + 1}$$

Das Bezugsverhältnis ist

$$\frac{\text{Alte Aktien}}{\text{Junge Aktien}} = \frac{10}{0,5} = 20$$

Für den Wert eines Bezugsrechtes erhält man:

$$\frac{31 - 20}{21} = 0,524$$

**Lösung zu 2.19**

a) Gar nicht. Die Anzahl der Aktien bleibt gleich, also ändert sich auch der Börsenkurs nicht.

b) Der Nennwert der Aktien steigt in demselben Maß wie das Grundkapital zunimmt. Der neue Nennwert steigt um 40%.

c) Keines. Siehe Antwort a)

d) Ja, externe Kapitalgeber werden besser gestellt, weil das Grundkapital eine Ausschüttungssperre darstellt. Je höher es ist, desto geringer ist die Gefahr von hohen Ausschüttungen.

e) Ja, da dasselbe Gesellschaftsvermögen dann auf mehr Aktien verteilt ist.

**Lösung zu 2.20**

Die Näherungsformel für die Emissionsrendite ist

$$r = \frac{i + \frac{C_R - C_E}{T}}{C_E}$$

Dies ergibt:

$$r = \frac{5 + \frac{100 - 90}{5}}{90} = 7,78\%$$

## 3.0 Finanzmathematische Grundlagen

### Einführung

Anmerkung: Die Inhalte des Fernuni Skriptes zu einfachen Dominanzbeziehungen habe ich in das kommende Kapitel verschoben.

Die Finanzmathematik dieses Kurses beschränkt sich auf die Zinsrechnung und die Rentenrechnung. Bei der Zinsrechnung wird berechnet, was Kapital zu einem anderen (früheren oder späteren) Zeitpunkt wert ist, wenn am Markt ein bestimmter Zins herrscht.

Dabei wird unterschieden, ob

- der Wert des Kapitals zu einem späteren Zeitpunkt ermittelt werden soll (Ich habe 100 Euro und lege sie 1 Jahr lang zu 5% an). Man sagt das Kapital wird „aufgezinst“.
- der Wert des Kapitals zu einem früheren Zeitpunkt ermittelt werden soll (Ich möchte in einem Jahr 100 Euro haben und möchte wissen, wie viel Geld ich heute zu 5% anlegen muss). Dies nennt man „abzinsen“.

Als „Rente“ werden regelmäßige Zahlungen gleicher Höhe bezeichnet. Bei der Rentenrechnung geht es darum, diese zu bewerten. Beispiel: Ich habe in der Lotterie gewonnen und werde für die kommenden 5 Jahre monatlich 1.000€ bekommen. Ich möchte diese Zahlungen jetzt an dich verkaufen. Die Rentenrechnung beschäftigt sich mit der Bewertung dieser Zahlung.

Finanzmathematische Aufgaben werden in Klausuren sehr gerne gestellt, deshalb werde ich diesen Bereich auch trotz der teilweise sehr einfachen Inhalte sehr ausführlich erläutern. Du wirst in der Klausur aller Wahrscheinlichkeit nach reine Aufgaben zur Finanzmathematik bekommen, wirst die Finanzmathematik aber auch ganz sicher bei Aufgaben zur Investition und Finanzierung benötigen.

## Der Zeitwert des Geldes

Man kann eigentlich die gesamte Finanzmathematik dieses Kurses auf einer Seite erklären - wenn du verstehst, warum eine Zahlung zu verschiedenen Zeitpunkten verschieden viel wert ist, kannst du dir alle Rechnungen davon ableiten.

Der Wert einer Zahlung oder eines Geldbetrages schwankt in den meisten Fällen mit der Zeit. Wenn ich 100 Euro vergrabe und sie nach 10 Jahren wieder raushole, dann wird ihr Wert wahrscheinlich gefallen sein. Das liegt ganz einfach daran, dass die Preise tendenziell mit der Zeit steigen (Inflation). Darüber hinaus gibt es aber noch einen Effekt der Entwertung. Indem ich mein Geld vergraben habe, sind mir Erträge entgangen. Ich hätte dieses Geld für mich arbeiten lassen können und einen Zins erzielen können.

In der Finanzmathematik ist für den Wert des Geldes nicht die Kaufkraft entscheidend, sondern die Ertragskraft bzw. der Zins. Besteht für mich die Möglichkeit, 100€ ein Jahr lang zu 10% anzulegen, dann sind 100€ heute genauso viel wert wie 110€ in einem Jahr. Wichtig dabei ist, dass der erzielbare Zins sicher ist. Wäre der Zins von 10% in einem Jahr mit einem Risiko verbunden, so würde ich evtl. die sicheren 100€ heute höher bewerten als die unsicheren 110€ in einem Jahr. Zur Bewertung unsicherer Zahlungsreihen kommen wir später. Jetzt ist erst einmal wichtig: Bei der Bewertung einer Zahlung benutzen wir immer den risikolosen Zinssatz. Dieser wird auch Kalkulationszins genannt.

Der Zeitwert des Geldes, also der Wert des Geldes in Abhängigkeit von der Zeit, ist natürlich stark von der Höhe des Kalkulationszinses abhängig. Bei einem Zins von 0% würde sich der Wert des Geldes beispielsweise nicht ändern. Bei einem Zinssatz von 100% pro Jahr halbiert sich der Wert des Geldes in einem Jahr.

Wichtig für den Bereich der Investition und Finanzierung ist es nun, Zahlungen, die an 2 oder mehr verschiedenen Zeitpunkten getätigt werden, vergleichbar zu machen.

**Wichtig: Wahl des Kalkulationszinses**

In den letzten Jahren gab es vermehrt Klausuraufgaben in denen das Vermögen des Investors, eine Investition und der Kreditzins und der Guthabenzins gegeben waren und nach dem Kalkulationszins gefragt wurde. Was also ist der Kalkulationszins nun? Der Kredit- oder der Guthabenzins?

Dafür muss man schauen, ob der Investor in der Lage ist das Projekt aus Eigenkapital durchzuführen oder, ob er einen Kredit beanspruchen muss.

Finanzierung aus Eigenkapital

Der Kalkulationszins ist der Zins der nächstbesten Investitionsalternative mit demselben Risiko (meist ist die Investition risikolos), also der Guthabenzins.

Finanzierung über einen Kredit:

Jetzt muss der Kreditzins als Kalkulationszins gewählt werden.

Die Vorteilhaftigkeit eines Projektes ist also nicht absolut, sondern hängt meist vom jeweiligen Entscheider ab.

**Beispiel:**

Was ist mehr wert: 100€ heute oder 110€ in einem Jahr?

Um Zahlungen vergleichbar zu machen, muss man sie auf dieselbe zeitliche Ebene bringen. Dies geschieht durch Aufzinsen und Abzinsen. Möchte ich eine Zahlung von 100€ heute mit einer Zahlung von 110€ in einem Jahr vergleichen (Zinssatz 5%), so kann ich entweder ...

- die 100€ aufzinsen:  $100 * 1,05 = 105€$

- oder die 110€ abzinsen:  $\frac{110}{1,05} = 104,76€$

100€ haben also in einem Jahr einen Wert von 105€. 110€ in einem Jahr haben heute einen Wert von 104,76€. Ändert sich der Zinssatz, so ändern sich auch diese Werte.

**3.1 Zinsrechnung**

Der einfachste und eigentlich triviale Fall der Finanzmathematik ist die Zinsrechnung. Die Fragestellung hier ist: Wie verändert sich der Wert meines Kapitals mit der Zeit, wenn ich es verzinslich anlege?

Bei diesen Aufgaben werden immer drei Größen gegeben:

- Ein Geldbetrag  $c$ .

- Ein Zinssatz  $r$ .

- Ein Zeitraum  $t$ .

Lege ich Kapital in Höhe von  $c = 100€$  für  $t = 2$  Perioden zu  $r = 10\%$  an, so berechnet man den Kapitalbetrag in 2 Jahren folgendermaßen:

Kapital nach einem Jahr:

$$100 + 0,1 * 100 = 110$$

Der Betrag von 110€ wird nun erneut für ein Jahr angelegt:

$$110 + 0,1 * 110 = 121$$

Die erste Rechnung lässt sich auch schreiben als:

$$1,1 * 100 = 110$$

Genauso kann die zweite Rechnung geschrieben werden:

$$1,1 * 110 = 121$$

Möchte ich die Rechnung nicht in 2 Schritten machen, so kann ich diese vereinfachen zu:

$$1,1 * (1,1 * 100) = 100 * 1,1^2$$

Allgemein kann man nun schreiben:  $c_t = c_0 * (1 + r)^t$

Die Zinsen aus der Wiederanlage der Zinsen einer Periode in späteren Perioden nennt man übrigens Zinseszins.

**Beispiel:**

Ein Investor legt 1.000 € für 4 Jahre zu 5% p.a. an. Berechne das Vermögen des Investors nach 3 Jahren. Wie hoch ist der Zins des letzten Jahres?

**Antwort:**

Das Vermögen in drei Jahren beträgt:

$$c_3 = c_0 * (1 + r)^3 = 1.000 * 1,05^3 = 1.157,63€$$

5% Zinsen fallen nun auf die 1.000€ und die bereits angefallenen Zinsen von 157,63€ an:

$$1.157,63 * 5\% = 57,88€$$

**Achtung:** Sollte der Zins nicht über alle Perioden gleich sein, so musst du für jede Periode einzeln die Zinsen berechnen.

**Beispiel:** Ein Investor legt 1.000€ ein Jahr zu 5% und eines zu 10% an. Berechne das Vermögen nach 2 Jahren.

$$1.000 * 1,05 * 1,1 = 1.155€$$

### 3.2 Abzinsung

Ein wenig anspruchsvoller ist die Abzinsung. Hier geht es um die Fragestellung: Was ist eine Zahlung von 100€ in 3 Jahren heute wert, wenn der Zins 10% beträgt? Anders könnte man formulieren: Wie viel Geld muss ich bei einem Zins von 10% heute anlegen, um in 3 Jahren 100€ zu besitzen?

Mathematisch schreibt man das als:

$$c_0 * (1 + r)^t = c_t$$

Umgeformt nach  $c_0$ :

$$c_0 = \frac{c_t}{(1 + r)^t}$$

Für das Beispiel ergibt sich:

$$\frac{100}{1,1^3} = 75,13$$

Man muss also heute 75,13€ anlegen, um in 3 Jahren 100€ zu besitzen. Mach zur Übung die Probe und zinse die 75,13€ über drei Jahre zu 10% auf.

Den Faktor  $\frac{1}{(1+r)^t}$  nennt man **Abzinsungsfaktor**.

### 3.3 Finanzmathematische Tabellen zur Zinsrechnung

Wie du gesehen hast, ist die Berechnung der Auf- und Abzinsungsfaktoren relativ einfach. In der Klausur kannst du die Faktoren auch an einer Tabelle ablesen. Die Zinsfaktoren sind nur von der Laufzeit und dem Zinssatz abhängig. Aus der Tabelle kannst du dann den entsprechenden Wert entnehmen.

Tabelle Aufzinsungsfaktoren:

Kalkulationszinssatz													
Jahre	3%	3,5%	4%	4,5%	5%	5,5%	6%	6,5%	7%	7,5%	8%	8,5%	9%
1	1,0300	1,0350	1,0400	1,0450	1,0500	1,0550	1,0600	1,0650	1,0700	1,0750	1,0800	1,0850	1,0900
2	1,0609	1,0712	1,0816	1,0920	1,1025	1,1130	1,1236	1,1342	1,1449	1,1556	1,1664	1,1772	1,1881
3	1,0927	1,1087	1,1249	1,1412	1,1576	1,1742	1,1910	1,2079	1,2250	1,2423	1,2597	1,2773	1,2950
4	1,1255	1,1475	1,1699	1,1925	1,2155	1,2388	1,2625	1,2865	1,3108	1,3355	1,3605	1,3859	1,4116
5	1,1593	1,1877	1,2167	1,2462	1,2763	1,3070	1,3382	1,3701	1,4026	1,4356	1,4693	1,5037	1,5386
6	1,1941	1,2293	1,2653	1,3023	1,3401	1,3788	1,4185	1,4591	1,5007	1,5433	1,5869	1,6315	1,6771
7	1,2299	1,2723	1,3159	1,3609	1,4071	1,4547	1,5036	1,5540	1,6058	1,6590	1,7138	1,7701	1,8280
8	1,2668	1,3168	1,3686	1,4221	1,4775	1,5347	1,5938	1,6550	1,7182	1,7835	1,8509	1,9206	1,9926
9	1,3048	1,3629	1,4233	1,4861	1,5513	1,6191	1,6895	1,7626	1,8385	1,9172	1,9990	2,0839	2,1719
10	1,3439	1,4106	1,4802	1,5530	1,6289	1,7081	1,7908	1,8771	1,9672	2,0610	2,1589	2,2610	2,3674
11	1,3842	1,4600	1,5395	1,6229	1,7103	1,8021	1,8983	1,9992	2,1049	2,2156	2,3316	2,4532	2,5804
12	1,4258	1,5111	1,6010	1,6959	1,7959	1,9012	2,0122	2,1291	2,2522	2,3818	2,5182	2,6617	2,8127
13	1,4685	1,5640	1,6651	1,7722	1,8856	2,0058	2,1329	2,2675	2,4098	2,5604	2,7196	2,8879	3,0658
14	1,5126	1,6187	1,7317	1,8519	1,9799	2,1161	2,2609	2,4149	2,5785	2,7524	2,9372	3,1334	3,3417
15	1,5580	1,6753	1,8009	1,9353	2,0789	2,2325	2,3966	2,5718	2,7590	2,9589	3,1722	3,3997	3,6425
20	1,8061	1,9898	2,1911	2,4117	2,6533	2,9178	3,2071	3,5236	3,8697	4,2479	4,6610	5,1120	5,6044

Lege ich 100€ für 5 Jahre zu 7,5% an, so beträgt mein Vermögen nach 5 Jahren also

$$100 * 1,4356 = 143,56€$$

Tabelle Abzinsungsfaktoren:

Kalkulationszinssatz													
Jahre	3%	3,5%	4%	4,5%	5%	5,5%	6%	6,5%	7%	7,5%	8%	8,5%	9%
1	0,9709	0,9662	0,9615	0,9569	0,9524	0,9479	0,9434	0,9390	0,9346	0,9302	0,9259	0,9217	0,9174
2	0,9426	0,9335	0,9246	0,9157	0,9070	0,8985	0,8900	0,8817	0,8734	0,8653	0,8573	0,8495	0,8417
3	0,9151	0,9019	0,8890	0,8763	0,8638	0,8516	0,8396	0,8278	0,8163	0,8050	0,7938	0,7829	0,7722
4	0,8885	0,8714	0,8548	0,8386	0,8227	0,8072	0,7921	0,7773	0,7629	0,7488	0,7350	0,7216	0,7084
5	0,8626	0,8420	0,8219	0,8025	0,7835	0,7651	0,7473	0,7299	0,7130	0,6966	0,6806	0,6650	0,6499
6	0,8375	0,8135	0,7903	0,7679	0,7462	0,7252	0,7050	0,6853	0,6663	0,6480	0,6302	0,6129	0,5963
7	0,8131	0,7860	0,7599	0,7348	0,7107	0,6874	0,6651	0,6435	0,6227	0,6028	0,5835	0,5649	0,5470
8	0,7894	0,7594	0,7307	0,7032	0,6768	0,6516	0,6274	0,6042	0,5820	0,5607	0,5403	0,5207	0,5019
9	0,7664	0,7337	0,7026	0,6729	0,6446	0,6176	0,5919	0,5674	0,5439	0,5216	0,5002	0,4799	0,4604
10	0,7441	0,7089	0,6756	0,6439	0,6139	0,5854	0,5584	0,5327	0,5083	0,4852	0,4632	0,4423	0,4224
11	0,7224	0,6849	0,6496	0,6162	0,5847	0,5549	0,5268	0,5002	0,4751	0,4513	0,4289	0,4076	0,3875
12	0,7014	0,6618	0,6246	0,5897	0,5568	0,5260	0,4970	0,4697	0,4440	0,4199	0,3971	0,3757	0,3555
13	0,6810	0,6394	0,6006	0,5643	0,5303	0,4986	0,4688	0,4410	0,4150	0,3906	0,3677	0,3463	0,3262
14	0,6611	0,6178	0,5775	0,5400	0,5051	0,4726	0,4423	0,4141	0,3878	0,3633	0,3405	0,3191	0,2992
15	0,6419	0,5969	0,5553	0,5167	0,4810	0,4479	0,4173	0,3888	0,3624	0,3380	0,3152	0,2941	0,2745
16	0,6232	0,5767	0,5339	0,4945	0,4581	0,4246	0,3936	0,3651	0,3387	0,3144	0,2919	0,2711	0,2519
17	0,6050	0,5572	0,5134	0,4732	0,4363	0,4024	0,3714	0,3428	0,3166	0,2925	0,2703	0,2499	0,2311
18	0,5874	0,5384	0,4936	0,4528	0,4155	0,3815	0,3503	0,3219	0,2959	0,2720	0,2502	0,2303	0,2120
19	0,5703	0,5202	0,4746	0,4333	0,3957	0,3616	0,3305	0,3022	0,2765	0,2531	0,2317	0,2122	0,1945
20	0,5537	0,5026	0,4564	0,4146	0,3769	0,3427	0,3118	0,2838	0,2584	0,2354	0,2145	0,1956	0,1784
21	0,5375	0,4856	0,4388	0,3968	0,3589	0,3249	0,2942	0,2665	0,2415	0,2190	0,1987	0,1803	0,1637
22	0,5219	0,4692	0,4220	0,3797	0,3418	0,3079	0,2775	0,2502	0,2257	0,2037	0,1839	0,1662	0,1502
23	0,5067	0,4533	0,4057	0,3634	0,3256	0,2919	0,2618	0,2349	0,2109	0,1895	0,1703	0,1531	0,1378
24	0,4919	0,4380	0,3901	0,3477	0,3101	0,2767	0,2470	0,2206	0,1971	0,1763	0,1577	0,1412	0,1264
25	0,4776	0,4231	0,3751	0,3327	0,2953	0,2622	0,2330	0,2071	0,1842	0,1640	0,1460	0,1301	0,1160
26	0,4637	0,4088	0,3607	0,3184	0,2812	0,2486	0,2198	0,1945	0,1722	0,1525	0,1352	0,1199	0,1064
27	0,4502	0,3950	0,3468	0,3047	0,2678	0,2356	0,2074	0,1826	0,1609	0,1419	0,1252	0,1105	0,0976
28	0,4371	0,3817	0,3335	0,2916	0,2551	0,2233	0,1956	0,1715	0,1504	0,1320	0,1159	0,1019	0,0895
29	0,4243	0,3687	0,3207	0,2790	0,2429	0,2117	0,1846	0,1610	0,1406	0,1228	0,1073	0,0939	0,0822
30	0,4120	0,3563	0,3083	0,2670	0,2314	0,2006	0,1741	0,1512	0,1314	0,1142	0,0994	0,0865	0,0754
35	0,3554	0,3000	0,2534	0,2143	0,1813	0,1535	0,1301	0,1103	0,0937	0,0796	0,0676	0,0575	0,0490
40	0,3066	0,2526	0,2083	0,1719	0,1420	0,1175	0,0972	0,0805	0,0668	0,0554	0,0460	0,0383	0,0318

Eine Zahlung von 100 € in 5 Jahren bei einem Zinssatz von 7,5 hätte heute also einen Wert von

$$100 * 0,6966 = 69,66€$$

### 3.4 Rentenrechnung

Bei der Rentenrechnung geht es darum, eine regelmäßige Zahlung gleich hoher Beträge zum Zeitpunkt  $t = 0$  zu bewerten.

Dies kann einerseits geschehen, indem man alle einzelnen Zahlungen mit den entsprechenden Abzinsungsfaktoren multipliziert und das Ergebnis addiert. Diese Methode hast du im letzten Kapitel kennengelernt. Besonders für lange Zeitreihen ist dies aber sehr arbeitsintensiv. Durch die Nutzung von Rentenbarwertfaktoren kann man die Berechnung allerdings in einem Schritt machen.

Auf die Herleitung möchte ich verzichten, da diese nicht klausurrelevant sein wird.

#### Rentenbarwertfaktor

Der Rentenbarwertfaktor ist der Faktor, mit dem ich die Zahlung einer einzelnen Periode multiplizieren muss, um den Wert der gesamten Zahlungsreihe zum Zeitpunkt  $t = 0$  (den Barwert) zu bekommen. Der Rentenbarwertfaktor ist abhängig von der Periodenanzahl und dem Periodenzins.

Man schreibt für den Rentenbarwertfaktor auch RBF.

Mathematisch gilt:

$$RBF(T, r) = \frac{1 - (1 + r)^{-T}}{r}$$

wobei T für die Anzahl an Perioden steht.

**Beispiel:** Ein Investor erhält über die kommenden 10 Jahre zum Ende jeden Jahres eine Zahlung von 10.000€. Der Zins ist über die gesamte Laufzeit fest bei 10% p.a. Er möchte den Wert dieser Zahlungen zum jetzigen Zeitpunkt ermitteln.

**Antwort:** Zur Berechnung benötigt man den Rentenbarwertfaktor für 10 Jahre und 10%:

$$RBF(10 \text{ Jahre}, 10\%) = \frac{1 - (1 + 0,1)^{-10}}{0,1} = \frac{1 - 0,3855}{0,1} = 6,14$$

Auch zu Rentenbarwertfaktoren gibt es Tabellen. Da die Berechnung der RBFs etwas aufwendiger ist, solltest du die Tabellen regelmäßig nutzen.

Tabelle Rentenbarwertfaktoren:

Kalkulationszinssatz													
Jahre	3%	3,5%	4%	4,5%	5%	5,5%	6%	6,5%	7%	7,5%	8%	8,5%	9%
1	0,9709	0,9662	0,9615	0,9569	0,9524	0,9479	0,9434	0,9390	0,9346	0,9302	0,9259	0,9217	0,9174
2	1,9135	1,8997	1,8861	1,8727	1,8594	1,8463	1,8334	1,8206	1,8080	1,7956	1,7833	1,7711	1,7591
3	2,8286	2,8016	2,7751	2,7490	2,7232	2,6979	2,6730	2,6485	2,6243	2,6005	2,5771	2,5540	2,5313
4	3,7171	3,6731	3,6299	3,5875	3,5460	3,5052	3,4651	3,4258	3,3872	3,3493	3,3121	3,2756	3,2397
5	4,5797	4,5151	4,4518	4,3900	4,3295	4,2703	4,2124	4,1557	4,1002	4,0459	3,9927	3,9406	3,8897
6	5,4172	5,3286	5,2421	5,1579	5,0757	4,9955	4,9173	4,8410	4,7665	4,6938	4,6229	4,5536	4,4859
7	6,2303	6,1145	6,0021	5,8927	5,7864	5,6830	5,5824	5,4845	5,3893	5,2966	5,2064	5,1185	5,0330
8	7,0197	6,8740	6,7327	6,5959	6,4632	6,3346	6,2098	6,0888	5,9713	5,8573	5,7466	5,6392	5,5348
9	7,7861	7,6077	7,4353	7,2688	7,1078	6,9522	6,8017	6,6561	6,5152	6,3789	6,2469	6,1191	5,9952
10	8,5302	8,3166	8,1109	7,9127	7,7217	7,5376	7,3601	7,1888	7,0236	6,8641	6,7101	6,5613	6,4177
11	9,2526	9,0016	8,7605	8,5289	8,3064	8,0925	7,8869	7,6890	7,4987	7,3154	7,1390	6,9690	6,8052
12	9,9540	9,6633	9,3851	9,1186	8,8633	8,6185	8,3838	8,1587	7,9427	7,7353	7,5361	7,3447	7,1607
13	10,6350	10,3027	9,9856	9,6829	9,3936	9,1171	8,8527	8,5997	8,3577	8,1258	7,9038	7,6910	7,4869
14	11,2961	10,9205	10,5631	10,2228	9,8986	9,5896	9,2950	9,0138	8,7455	8,4892	8,2442	8,0101	7,7862
15	11,9379	11,5174	11,1184	10,7395	10,3797	10,0376	9,7122	9,4027	9,1079	8,8271	8,5595	8,3042	8,0607
16	12,5611	12,0941	11,6523	11,2340	10,8378	10,4622	10,1059	9,7678	9,4466	9,1415	8,8514	8,5753	8,3126
17	13,1661	12,6513	12,1657	11,7072	11,2741	10,8646	10,4773	10,1106	9,7632	9,4340	9,1216	8,8252	8,5436
18	13,7535	13,1897	12,6593	12,1600	11,6896	11,2461	10,8276	10,4325	10,0591	9,7060	9,3719	9,0555	8,7556
19	14,3238	13,7098	13,1339	12,5933	12,0853	11,6077	11,1581	10,7347	10,3356	9,9591	9,6036	9,2677	8,9501
20	14,8775	14,2124	13,5903	13,0079	12,4622	11,9504	11,4699	11,0185	10,5940	10,1945	9,8181	9,4633	9,1285
21	15,4150	14,6980	14,0292	13,4047	12,8212	12,2752	11,7641	11,2850	10,8355	10,4135	10,0168	9,6436	9,2922
22	15,9369	15,1671	14,4511	13,7844	13,1630	12,5832	12,0416	11,5352	11,0612	10,6172	10,2007	9,8098	9,4424
23	16,4436	15,6204	14,8568	14,1478	13,4886	12,8750	12,3034	11,7701	11,2722	10,8067	10,3711	9,9629	9,5802
24	16,9355	16,0584	15,2470	14,4955	13,7986	13,1517	12,5504	11,9907	11,4693	10,9830	10,5288	10,1041	9,7066
25	17,4131	16,4815	15,6221	14,8282	14,0939	13,4139	12,7834	12,1979	11,6536	11,1469	10,6748	10,2342	9,8226
26	17,8768	16,8904	15,9828	15,1466	14,3752	13,6625	13,0032	12,3924	11,8258	11,2995	10,8100	10,3541	9,9290
27	18,3270	17,2854	16,3296	15,4513	14,6430	13,8981	13,2105	12,5750	11,9867	11,4414	10,9352	10,4646	10,0266
28	18,7641	17,6670	16,6631	15,7429	14,8991	14,1214	13,4062	12,7465	12,1371	11,5734	11,0511	10,5665	10,1161
29	19,1885	18,0358	16,9837	16,0219	15,1411	14,3331	13,5907	12,9075	12,2777	11,6962	11,1584	10,6603	10,1983
30	19,6004	18,3920	17,2920	16,2889	15,3725	14,5337	13,7648	13,0587	12,4090	11,8104	11,2578	10,7468	10,2737
35	21,4872	20,0007	18,6646	17,4610	16,3742	15,3906	14,4982	13,6870	12,9477	12,2725	11,6546	11,0878	10,5668
40	23,1148	21,3551	19,7928	18,4016	17,1591	16,0461	15,0463	14,1455	13,3317	12,5944	11,9246	11,3145	10,7574
45	24,5187	22,4955	20,7200	19,1563	17,7741	16,5477	15,4558	14,4802	13,6055	12,8186	12,1084	11,4653	10,8812
50	25,7298	23,4556	21,4822	19,7620	18,2559	16,9315	15,7619	14,7245	13,8007	12,9748	12,2335	11,5656	10,9617
55	26,7744	24,2641	22,1086	20,2480	18,6335	17,2252	15,9905	14,9028	13,9399	13,0836	12,3186	11,6323	11,0140
60	27,6756	24,9447	22,6235	20,6380	18,9293	17,4499	16,1614	15,0330	14,0392	13,1594	12,3766	11,6766	11,0480
65	28,4529	25,5178	23,0467	20,9510	19,1611	17,6218	16,2891	15,1280	14,1099	13,2122	12,4160	11,7061	11,0701
70	29,1234	26,0004	23,3945	21,2021	19,3427	17,7533	16,3845	15,1973	14,1604	13,2489	12,4428	11,7258	11,0844

Eine Rente von 1.000€ pro Jahr über 10 Jahre bei einem Zins von 5% hat also zum Zeitpunkt  $t = 0$  einen Wert von:

$$1.000 * 7,7217 = 7.721,7€$$

### Rentenbarwert bei wechselndem Periodenzins

Ist der Zinssatz nicht über die Laufzeit konstant, so musst du alle Zahlungen einzeln abzinsen, wie du es im letzten Kapitel gelernt hast.

**Beispiel:** Ein Investor bezieht für die kommenden drei Jahre eine Rente in Höhe von 1.000€ p.a. Der Zinssatz beträgt 5% im ersten Jahr, 10% im zweiten Jahr und 2% im dritten Jahr. Was ist diese Rente heute wert?

**Antwort:** Die Zahlung des dritten Jahres muss für 1 Jahr zu 2%, für ein Jahr zu 10% und für 1 Jahr zu 5% abgezinst werden. Die Zahlung des zweiten Jahres muss für ein Jahr zu 10% und für ein Jahr zu 5% abgezinst werden. Die Zahlung des ersten Jahres muss für ein Jahr zu 5% abgezinst werden. Die Summe der abgezinsten Zahlungen ergibt den Barwert der Rente.

Rentenbarwert:

$$\frac{1.000}{1,02 * 1,1 * 1,05} + \frac{1.000}{1,1 * 1,05} + \frac{1.000}{1,05} = 848,82 + 865,8 + 952,38 = 2.667€$$

### Kombination aus Abzinsung und Rentenbarwertfaktor

Es ist möglich, dass eine Kombination auf Rentenbarwertrechnung und Auf- oder Abzinsung in der Klausur drann kommt. Beginnt beispielsweise eine Rente erst in 2 Jahren und läuft für 8 Jahre, so darfst du nicht den Rentenbarwert mit einer Laufzeit von 10 Jahren berechnen - in den ersten 2 Jahren kommen ja keine Zahlungen. Du berechnest stattdessen den Barwert über 8 Jahre. Dies ist der Wert der Rente in 2 Jahren. Um den heutigen Wert der Rente zu erhalten, muss der Rentenbarwert noch 2 Perioden abgezinst werden.

### Rentenbarwert der ewigen Rente

Sollte eine Rente ewig gezahlt werden, so kann man dies nicht mehr per Hand ausrechnen. Der Wert wächst aber auch nicht ins Unendliche, da die späten Zahlungen immer stärker abgezinst werden und daher den Barwert immer weniger erhöhen. Der Rentenbarwertfaktor der ewigen Rente lässt sich durch folgende Formel relativ leicht ermitteln:

$$RBF(\infty, r) = \frac{1}{r}$$

#### Beispiel:

Ein Investor erhält von nun an eine ewige Rente in Höhe von 1.000 p.a. ausbezahlt. Der Zins ist durchgehen 10%.

Der Wert dieser Rente beträgt:  $\frac{1.000}{0,1} = 10.000\text{€}$

Eine ewige Rente ist gleichzusetzen mit einer Investition in ein Wertpapier, das man nie wieder verkauft. Ein Wertpapier, das mit 10% verzinst und jährlich 1.000€ auszahlt, hat einen Preis von 10.000€.

### Rentenbarwert einer ewigen Rente mit positiven Zuwachsraten

Verzeichnet die ewige Rente stetige positive Zuwachsraten, so gibt es zwei Möglichkeiten:

- Die Zuwachsrate ist höher als der Zinssatz. Dann ist der Kapitalwert unendlich hoch.
- Die Zuwachsrate ist niedriger als der Zins. Dann verringert man den Zins um die Zuwachsrate und berechnet den Kapitalwert mit dem niedrigeren Zinssatz.

#### Beispiel:

Eine ewige Rente von 1.000€ wächst jedes Jahr um 5%. Der Zinssatz ist 6%.

Der Kapitalwert beträgt nun:

$$\frac{1.000}{6\% - 5\%} = 100.000$$

### 3.5 Annuitätenrechnung

Die Annuitätenrechnung ist die Umkehrform der Rentenbarwertrechnung. Während bei der Rentenbarwertrechnung der Wert einer Rente berechnet werden soll, wird bei der Annuitätenrechnung davon ausgegangen, dass der Kapitalwert gegeben ist und als Rente über eine bestimmte Anzahl an Perioden ausgeschüttet werden soll.

**Beispiel:** Ein Investor verfügt über ein Vermögen von 10.000€ und möchte über die kommenden 10 Jahre jährlich einen gleichhohen Betrag entnehmen. Welchen Maximalbetrag kann er entnehmen, wenn der Zinssatz durchgehend 5% beträgt?

**Antwort:** Man stellt zunächst die Formel für den Rentenbarwert auf:

$$10.000 = e * RBF(10 \text{ Jahre}, 5\%)$$

Wobei e für die Rentenzahlung bzw. Annuität steht.

Aufgelöst nach e ergibt sich:

$$e = \frac{10.000}{7,7217} = 1.295,05\text{€}$$

Du kannst hier zur Übung die Probe machen und den Kapitalwert der Rente von 1.295,05 berechnen.

Den Faktor  $\frac{1}{RBF}$  nennt man Annuitätenfaktor und schreibt kurz:  $ANF(T, r)$ .

Auch für die Annuitäten gibt es eine Tabelle, die aus den Kehrwerten der Rentenbarwertfaktoren besteht.

### Äquivalente Annuität

Bei der äquivalenten Annuität ist die Frage: „Wieviel kann man aus einer Investition jedes Periode entnehmen, ohne dass diese unvorteilhaft wird?“ Die äquivalente Annuität ist also die Annuität des Barwertes.

## Aufgaben zu 3.0

### Aufgabe 3.1

Ein Investor legt sein Kapital von 10.000€ für 7 Jahre zu 4% p.a. an. Berechne das Vermögen nach 5 Jahren.

### Aufgabe 3.2

Ein Student möchte sich kommendes Semester ein Lehrvideo von fernuni-online.de zum Preis von 40€ bestellen. Der Zinssatz pro Semester beträgt 2%. Wie viel Geld muss er jetzt anlegen, um den Kaufpreis bezahlen zu können?

### Aufgabe 3.3

Du hast die Möglichkeit, 1.000€ für 2 Jahre zu 10% p.a. anzulegen. Ich biete dir an, dir für 2 Jahre 20,5% zu zahlen (einmalig zum Ende der 2 Jahre). Solltest du annehmen? Begründe.

### Aufgabe 3.4

Du möchtest dir einen Sportwagen kaufen und dir wird folgende Finanzierung angeboten:

- a) 100.000 sofort
- b) 50.000 sofort und 60.000 in 2 Jahren.
- c) 40.000 in einem Jahr, 40.000 in 3 Jahren und 40.000 in 5 Jahren.

Der Zinssatz beträgt durchgehend 8%. Für welche Zahlungsform entscheidest du dich?

### Aufgabe 3.5

Gegeben seien zwei Anleihen mit folgenden Merkmalen:

	Kurs	Laufzeit	Nominalzins	Rückzahlungsbetrag
Anleihe 1	100	5 Jahre	6%	102
Anleihe 2	100	4 Jahre	6%	106

Der Marktzins betrage 8%. Welche Anleihe ist die bessere?

**Aufgabe 3.6**

Du möchtest 10.000€ für 10 Jahre anlegen und hast 3 Angebote vorliegen:

- a) 10% p.a.
- b) Nach 10 Jahren 26.000 Rückzahlung.
- c) 5 Jahre lang 8% Zinsen und dann 5 Jahre lang 12% Zinsen.

**Aufgabe 3.7**

Ein Investor legt 50.000€ zu 10% p.a. über 5 Jahre an und entnimmt jedes Jahr 10.000€. Berechne den Endwert.

**Aufgabe 3.8**

Ein Anleger verfügt über ein Vermögen von 100.000€. Welchen gleichhohen Betrag könnte er jährlich bei einem durchgehend gleichen Zinssatz von 5% in den kommenden 5 Jahren maximal entnehmen?

**Aufgabe 3.9**

Berechne die Kapitalwerte für folgende Sachverhalte unter der Annahme eines konstanten Zinses von 10%p.a.:

- a) Es besteht ein Zahlungsanspruch über die kommenden 5 Jahre von jeweils 10.000€.
- b) Bei einem Glücksspiel ist der Gewinn eine ewige Rente von 40.000€ p.a.
- c) Ein Wertpapier zahlt im kommenden Jahr 100€ und danach eine ewige Rente von 10€.
- d) Ein Mietvertrag über 5 Jahre führt zu Mieteinzahlungen von 10.000€ p.a. Die Mieteinnahmen steigen allerdings jährlich mit 10%.

**Lösungen zu 3.0****Lösung zu 3.1**

Es ist natürlich egal, für wie lange er das Geld insgesamt anlegt. Nach 5 Jahren wurde das Kapital 5 mal zu 4% verzinst:

$$10.000 * 1,04^5 = 12.166,53\text{€}$$

**Lösung zu 3.2**

Der Kaufpreis muss um eine Periode abgezinst werden.

$$\frac{40}{1,02} = 39,21\text{€}$$

**Lösung zu 3.3**

Nein. Die Verzinsung von 10% p.a. ergibt ein Endvermögen von 1.210€. Eine Verzinsung von 20,5% über 2 Jahre ergibt nur ein Endvermögen von 1.205€. Man muss den Zinseszinsseffekt berücksichtigen.

**Lösung zu 3.4**

Es müssen die Kapitalwerte berechnet werden:

a) 100.000€

$$\text{b) } 50.000 + \frac{60.000}{1,08^2} = 101.440,33\text{€}$$

$$\text{c) } \frac{40.000}{1,08} + \frac{40.000}{1,08^3} + \frac{40.000}{1,08^5} = 96.013,65\text{€}$$

Alternative c) ist die günstigste!

**Lösung zu 3.5**

Die Zahlungsreihen zu den beiden Anleihen sind folgende:

Jahr	0	1	2	3	4	5
Anleihe 1	-100	6	6	6	6	108
Anleihe 2	-100	6	6	6	112	

Beide Zahlungsreihen werden nun auf  $t = 0$  abgezinst.

Jahr	0	1	2	3	4	5
Anleihe 1	-100	6	6	6	6	108
Anleihe 2	-100	6	6	6	112	
Aufzinsungsfaktor	1,00	1,08	1,17	1,26	1,36	1,47
Anleihe 1 abgezinst	-100	5,56	5,14	4,76	4,41	73,5
Anleihe 2 abgezinst	-100	5,56	5,14	4,76	82,32	

Kapitalwert der Anleihe 1: -6,62

Kapitalwert der Anleihe 2: -2,21

Die Anleihe 2 ist der Anleihe 1 vorzuziehen.

**Lösung zu 3.6**

Hier kannst du die Kapitalwerte oder die Endwerte berechnen. Ich berechne die Endwerte:

a)  $10.000 * 1,1^{10} = 25.937,42\text{€}$

b) 26.000€

c)  $10.000 * 1,08^5 * 1,12^5 = 10.000 * 1,469 * 1,762 = 25.894,58\text{€}$

Alternative b) ist optimal.

**Lösung zu 3.7**

Es gibt mehrere Möglichkeiten, diese Aufgabe zu lösen. Ich empfehle, den Kapitalwert der Entnahmen von den 50.000€ abzuziehen und die Differenz dann aufzuzinsen.

$$\begin{aligned} (50.000 - 10.000 * RBF(5\text{Jahre} ; 10\%)) * 1,1^5 &= (50.000 - 37.908) * 1,1^5 \\ &= 12.092 * 1,61 = 19.474,3\text{€} \end{aligned}$$

**Lösung zu 3.8**

Hier ist nach der Annuität gefragt:

$$100.000 * ANF(5; 5\%) = 100.000 * 0,231 = 23.100\text{€}$$

**Lösung zu 3.9**

a)  $10.000 * RBF(5; 10\%) = 10.000 * 3,7908 = 37.908\text{€}$

b) Der Barwert der ewigen Rente ist der Rentenbetrag geteilt durch den Zinssatz. Antwort: 400.000€

c) Der Barwert der ewigen Rente in einem Jahr ist:  $10/10\% = 100$ .

In einem Jahr ist der Wert des Wertpapiers 100€ plus den Wert der ewigen Rente, die in Jahr zwei beginnt. Der Wert der ewigen Rente in 2 Jahren ist 100€. Es müssen also 100€ einmal für zwei Jahre und einmal für 1 Jahr abgezinst werden.

$$\frac{100}{1,1} + \frac{100}{1,21} = 173,55$$

d) Zuwachsrate und Kalkulationszins gleichen einander genau aus. Der Barwert ist die Summe der Zahlungen: 50.000€.

## 4.0 Grundlagen der Investitionstheorie

### 4.1 Grundlagen

Die Investitionstheorie beschäftigt sich mit der Investition von Kapital in Investitionsobjekte. Bei den Investitionsobjekten soll uns nur der Zahlungsstrom interessieren. Typischerweise wird am Anfang eine einzelne Investition getätigt, dann fallen über die Laufzeit des Projektes kleinere Rückzahlungen an und zum Ende wird das Projekt liquidiert und es gibt eine größere Schlusszahlung (Normalinvestition).

#### Beispiel:

Ich investiere in Ackerland und bewirtschafte es 5 Jahre lang. Ich erwerbe das Land zu 100.000€, aus dem Verkauf des Getreides erhalte ich jährliche Rückzahlungen zwischen 10.000€ und 15.000€ und verkaufe das Land nach 5 Jahren wieder zu 120.000€.

Der Zahlungsstrom für ein solches Projekt würde so aussehen:

0	1	2	3	4	5
-100.000	10.000	12.000	14.000	10.000	135.000

Natürlich kann es passieren, dass auch während der Laufzeit Investitionen notwendig werden. Muss ich mir in Jahr 3 einen neuen Traktor für 20.000€ kaufen, so würde sich der Zahlungsstrom entsprechend verändern.

Man unterscheidet Investitionen nach 2 Merkmalen

**1) Nach der Art der Investition:**

- Sachinvestitionen (Grund und Boden, Gebäude, Maschinen)
- Finanzinvestitionen (Wertpapiere)

**2) Nach dem Investitionszweck:**

- Erstinvestition
- Ersatzinvestition (siehe oben: Defekter Traktor muss ersetzt werden)
- Erweiterungsinvestition (Beispiel: Ich kaufe mehr Ackerland hinzu, um auch dies zu bewirtschaften)

**Analyse eines Investitionsprojektes:**

Bei der Entscheidung, ob ein Investitionsprojekt durchgeführt werden sollte, wird zwischen der quantitativen und der qualitativen Analyse entschieden.

Die **qualitative Analyse** bewertet alle Merkmale, die rechnerisch nicht erfasst werden können. Dazu gehören beispielsweise moralisch ethische Eigenschaften des Investitionsprojektes oder subjektive Geschmacksunterschiede.

Die **quantitative Analyse** erfasst alle rechnerisch erfassbaren Zahlen des Investitionsprojektes. Dies wird auch der Schwerpunkt des folgenden Kapitels und mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit auch der Schwerpunkt der Klausuraufgaben dieses Semesters sein.

**Entscheidungsfindung eines Investitionsprojektes**

Zunächst ein paar ganz grundlegende Beurteilungskriterien:

**Ziel eines Investitionsprojektes ist die Maximierung des Vermögens.** Zunächst ist also ganz einfach zu sagen: Wenn die Rückflüsse aus dem Projekt die Investitionen übersteigen, dann sollte das Projekt durchgeführt werden (Einen risikolosen Zins von 0 vorausgesetzt).

**Unterlassensalternative**

Besteht die Möglichkeit, das Kapital anstatt in das Projekt am Finanzmarkt risikolos anzulegen (Unterlassungsalternative), so sollte das Projekt nur durchgeführt werden, wenn es gegenüber der Unterlassungsalternative vorteilhaft ist. Die abgezinsten Rückflüsse müssen also die Anfangsinvestition übersteigen.

**Mehrere Investitionsprojekte**

Stehen mehrere Investitionsprojekte zur Auswahl, die alle gegenüber der Unterlassungsalternative vorteilhaft sind, so sollten alle durchgeführt werden.

**Knappes Kapital**

Ist das Kapital, das für Investitionen zur Verfügung steht begrenzt, so sollten nur die Projekte durchgeführt werden, die das Vermögen maximieren.

**Finanzierungskosten**

Muss für die Finanzierung der Investition Kapital aufgenommen werden, so ist das Projekt nur vorteilhaft, wenn der Vermögenszuwachs des Projektes größer ist als die Kosten der Fremdfinanzierung.

## 4.2 Dominanz

Soll eine Entscheidung zwischen zwei einander ausschließenden Investitionsprojekten getroffen werden, so testet man zuerst, ob eines der Projekte das andere dominiert. Ein Investitionsprojekt dominiert ein anderes, wenn es unter allen Marktbedingungen vorteilhafter ist als das andere.

Man unterscheidet zwischen der

- **allgemeinen zeitlichen Dominanz:** Von zwei Projekten A und B hat A in keiner Periode schlechtere Zahlungen, aber in mindestens einer bessere. Dann dominiert das Projekt A das Projekt B.

- **kumulativen zeitlichen Dominanz:** Von zwei Projekten A und B ist A gegenüber B dominant, wenn B zwar in bestimmten Perioden höhere Auszahlungen hat als A, diese aber rechnerisch ausgeglichen werden können, indem man Zahlungen von A aus früher Perioden auf der Zeitachse nach hinten verschiebt. Voraussetzung dafür ist ein positiver risikoloser Zins (und diese Voraussetzung ist eigentlich immer gegeben).

### Beispiel:

Die Projekte A und B haben folgende Zahlungsströme:

Jahr	Projekt A	Projekt B
0	-50.000	-50.000
1	21.000	10.000
2	5.000	10.000
3	5.000	10.000
4	2.000	2.000
5	55.000	55.000

Verschiebe ich nun bei Projekt A Zahlungen in Höhe von jeweils 5.000 aus Periode 1 in die Perioden 2 und 3, so ergibt sich folgende Zahlungsreihe:

Jahr	Projekt A	Projekt B
0	-50.000	-50.000
1	11.000	10.000
2	10.000	10.000
3	10.000	10.000
4	2.000	2.000
5	55.000	55.000

**Erklärung:** Hier nutzen wir schon das wichtigste Prinzip dieses Kapitels: Bei positivem risikolosen Zins sind frühe Zahlungen mehr wert als späte Zahlungen! Bei einem risikolosen Zins von 5% entspricht ein Vermögen von 100€ heute dem Wert von 105 € in einem Jahr.

Daher kann man eine Zahlung zeitlich nach hinten verschieben, ohne dass das Projekt vorteilhafter wird. Natürlich kann man keine Zahlungen zeitlich vorziehen, ohne dass das Projekt vorteilhafter wird!

### Interdependenzen zwischen Projekten

Bei der Investitionsentscheidung müssen auch immer die Interdependenzen zwischen den Projekten beachtet werden. Man unterscheidet:

- **Unabhängigkeit:** Die Projekte können unabhängig voneinander durchgeführt werden oder auch nicht.
- **Wechselseitige Beeinflussung:** Die Durchführung beider Projekte führt zu anderen Zahlungsreihen der einzelnen Projekte, als wenn man sie alleine durchgeführt hätte.

### Beispiel:

Man investiert in 2 Agrarprojekte, die nahe beieinander liegen. Die Betriebsmittel können effizienter genutzt werden und beide Projekte erwirtschaften höhere Rückzahlungen, als wenn sie einzeln betrieben worden wären.

Die Beeinflussung kann natürlich auch negativ sein.

**Beispiel:**

Man investiert in eine Disco und eine Bäckerei. Da man nicht die Zeit hat, sich um beide Geschäfte zu kümmern, laufen beide schlechter.

- **Wechselseitige Bedingtheit:** Zwei Projekte können nur gemeinsam durchgeführt werden.

- **Einseitige Bedingtheit:** Ein Projekt kann nur durchgeführt werden, wenn ein anderes zuvor durchgeführt wurde.

**Interdependenzen auf zeitlicher Ebene**

Interdependenzen können auch auf zeitlicher Ebene bestehen: Die Anzahl und die Art von zukünftigen Investitionsprojekten kann von der Durchführung aktueller Investitionsprojekte abhängen. So kann ein Investitionsprojekt, das allein betrachtet unvorteilhaft ist, durch die Beeinflussung späterer Projekte vorteilhaft werden.

### 4.3 Endwertmethode

In diesem Kapitel kommen die Grundlagen aus Kapitel 4 zur Anwendung. Da das Verständnis von Endwert, Barwert und Annuität so wichtig sind, werde ich sie hier nochmals kurz erläutern.

Können keine klaren Dominanzbeziehungen festgestellt werden, so können Investitionsprojekte nach der Kapitalwertmethode verglichen werden. Da die Vorteilhaftigkeit eines Projektes nicht nur von der Höhe der Rückflüsse, sondern auch vom Zeitpunkt der Rückflüsse abhängig ist, können Zahlungsströme in verschiedenen Perioden nicht direkt miteinander verglichen werden.

**Beispiel:** Ich biete dir an, dir heute 100 Euro zu schenken oder aber in einem Jahr 120 Euro. Wofür entscheidest du dich? Um die Frage zu beantworten, musst du den risikolosen Zins für ein Jahr kennen. Angenommen, der beträgt 10%, dann würden die 100, die ich dir heute gebe, in einem Jahr 110€ betragen. Du solltest also in einem Jahr 120€ bevorzugen. Beträgt der risikolose Zins aber 30%, so würden aus den 100€, die ich dir heute gebe, in einem Jahr 130€ werden, du solltest die 100€ also nehmen.

Wie man an dem kleinen Beispiel schon sieht, müssen die Zahlungen aufgezinst werden, um miteinander verglichen werden.

Allgemein schreibt man:

$$e_0 * (1 + r)^n = EW$$

Zu Notation:

EW = Endwert

$e_0$  = Zahlung zum Zeitpunkt  $t = 0$

$r$  = risikoloser Zinssatz

$n$  = Anzahl an Perioden

$(1 + r)$  = Aufzinsungsfaktor, der später auch mit  $q$  bezeichnet wird.

Bei den Zahlungsströmen der Projekte müssen nun mehrere Zahlungen auf die letzte Periode aufgezinst werden, um den Endwert zu erhalten.

**Beispiel:**

Gegeben sei folgende Zahlungsreihe:

Jahr	0	1	2	3	4	5
Zahlung in €	-100	5	7	6	9	106

Der risikolose Zins beträgt durchgehend 10%

Die Berechnung des Endwertes erfolgt folgendermaßen:

Die Anfangszahlung von  $-100$  muss über 5 Jahre aufgezinst werden:

$$-100 * 1,1^5 = -161,51$$

Die Zahlung der Periode 1 muss 4 Jahre aufgezinst werden:

$$5 * 1,1^4 = 7,32$$

Die Zahlung aus Periode 2 muss 3 Jahre aufgezinst werden usw. Am Ende erhält man mit der Summe aller zum Jahr 5 bewerteten Zahlungen den Endwert.

Jahr	0	1	2	3	4	5
Zahlung in €	-100	5	7	6	9	106
Zinssatz	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
Aufzinsungsfaktor	1,61	1,46	1,33	1,21	1,1	1
Zu $t = 5$ bewertet	-161,05	7,32	9,317	7,26	9,9	106

Der Endwert der Zahlungsreihe, also der Wert aller Zahlungen, bewertet zum Zeitpunkt  $t = 5$ , ist die Summe der letzten Zeile. Diese ist  $-21,25$ .

**Interpretation:** Der Endwert ist negativ. Das bedeutet, dass es vorteilhaft gewesen wäre, das Kapital zu 10% anzulegen, anstatt es in das Projekt zu investieren. Die 100€ Anfangsinvestition werden jedes Jahr zu 10% verzinst. Diese 10% muss das Projekt mindestens erwirtschaften, um vorteilhaft zu sein.

Ein Projekt ist also vorteilhaft, wenn der Endwert positiv ist und unvorteilhaft, wenn der Endwert negativ ist. Beim Vergleich mehrerer Projekte gilt: Je höher der Endwert, desto vorteilhafter das Projekt.

**Achtung:** Du darfst dabei wieder nur Endwerte vergleichen, die im selben Jahr liegen! Hat also ein Projekt eine Laufzeit von 5 Jahren und eines eine Laufzeit von 6 Jahren, so muss das Projekt mit dem höheren Endwert nicht vorteilhafter sein.

Zur Berechnung von Endwerten kannst du in der Klausur folgende Spezialfälle antreffen:

1) Einzahlungen in verschiedener Höhe: Hier musst du alle Einzahlungen einzeln aufzinsen.

2) Alle Einzahlungen  $e$  in der gleichen Höhe: Du kannst natürlich einzeln aufzinsen, der Endwert lässt sich aber auch direkt über folgende Formel berechnen:

$$EW = e_0 * (1 + r)^T + \frac{e * ((1 + r)^T - 1)}{r}$$

**Beispiel:** Gegeben sei folgende Zahlungsreihe

Jahr	0	1 bis 10
Zahlung in €	-100	20

Der risikolose Zins beträgt durchgehend 10%.

Nun berechnet man den Endwert wie folgt:

$$EW = -100 * (1 + 0,1)^{10} + \frac{20 * ((1 + 0,1)^{10} - 1)}{0,1} = -259,37 + 318,75 = 59,37$$

3) Berechnung des Endwertes aus dem Kapitalwert (siehe nächstes Kapitel):

$$EW = K * (1 + r)^T$$

K steht hier für den Kapitalwert und r für den Zinssatz.

#### 4.4 Kapitalwertmethode

Die Kapitalwertmethode ist der Endwertmethode sehr ähnlich. Es werden lediglich die Zahlungen nicht zum Projektende, sondern zum Projektanfang bewertet. Anstatt die einzelnen Zahlungen aufzuzinsen, muss man nun die einzelnen Zahlungen auf  $t = 0$  abzinsen. Ich erläutere das kurz an unserem **Beispiel**:

Du hast die Wahl, ob ich dir heute 100€ schenken soll oder in einem Jahr 120€. Der Zinssatz beträgt 10%. Nach der Kapitalwertmethode ermittelst du nun den Wert, den die 120 Euro heute haben. Wie viel Euro müsstest du heute zu 10% anlegen, damit sie in einem Jahr 120€ wert sind? Die Antwort ist:

$$\frac{120}{1,1} = 109,09\text{€}$$

Die Berechnung des Kapitalwertes einer Projektzahlungsreihe erfolgt dann ähnlich wie die Berechnung des Endwertes, nur dass man abzinsen muss, statt aufzuzinsen.

$$K = e_0 + \frac{e_1}{(1+r)^1} + \frac{e_2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{e_n}{(1+r)^n}$$

#### Beispiel:

Gegeben sei folgende Zahlungsreihe:

Jahr	0	1	2	3	4	5
Zahlung in €	-100	5	7	6	9	106

Der risikolose Zinssatz sei durchgehend 10%.

Der Kapitalwert errechnet sich durch die Abzinsung der einzelnen Zahlungen auf  $t = 0$ .

Die Anfangsauszahlung von  $-100$  fällt schon auf den Zeitpunkt  $t = 0$ .

Die Zahlung aus Jahr 1 muss zu 10% für ein Jahr abgezinst werden:

$$\frac{5}{1,1} = 4,54$$

Die Zahlung aus Jahr 2 muss zu 10% für 2 Jahre abgezinst werden:

$$\frac{7}{1,1^2} = 5,78$$

Jahr	0	1	2	3	4	5
Zahlung in €	-100	5	7	6	9	106
Zinssatz	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
Abzinsungsfaktor	1	1,1	1,21	1,331	1,46	1,61
Zu $t = 0$ bewertet	-100	4,54	5,78	4,51	6,15	65,82

Als Summe der abgezinsten Zahlungen ergibt sich der Kapitalwert mit -13,2.

Da wir dieselben Zahlen verwendet haben wie auch im Beispiel für den Endwert, müsste der Endwert aus dem Kapitalwert errechenbar sein, wenn man den Kapitalwert für 5 Jahre zu 10% aufzinst.

$$-13,2 * (1 + 0,1)^5 = -21,25$$

Zur Berechnung von Kapitalwerten kannst du in der Klausur folgende Spezialfälle antreffen:

1) Die Zahlungen sind über den Zeitablauf unterschiedlich hoch: Dann musst du jede Zahlung einzeln abzinsen.

2) Kapitalwert bei gleichbleibenden Einzahlungen, aber begrenzter Laufzeit:

Dies kannst du nach der folgenden Formel berechnen:

$$K = e_0 + e * \frac{1 - (1 + r)^{-T}}{r}$$

Der Ausdruck  $\frac{1 - (1 + r)^{-T}}{r}$  wird auch **Rentenbarwertfaktor** genannt und man schreibt dafür  $RBF(T, r)$ .

### Exkurs Rentenrechnung

Die Rentenrechnung bezieht sich auf einen speziellen Fall der Projektzahlungsreihen. Folgt auf eine Anfangseinzahlung nur noch Rückzahlungen in gleicher Höhe, so spricht man von einer **Rente**. Für diesen speziellen Fall muss man nicht jede Zahlung einzeln abzinsen, sondern kann den abgezinsten Wert aller Zahlungen durch eine Formel berechnen. Es gilt:

$$(1+r)^{-1} + (1+r)^{-2} + \dots + (1+r)^{-T} = \frac{1 - (1+r)^{-T}}{r} = RBF(T, r)$$

Den Rentenbarwertfaktor kannst du auch von einer Tabelle ablesen (siehe Kapitel 4). Den Umgang mit finanzmathematischen Tabellen solltest du sicher beherrschen.

#### Beispiel:

Der Rentenbarwertfaktor einer gleichbleibenden Zahlung über 5 Jahre bei einem durchgehend gleichbleibenden Zinssatz von 10% beträgt:

$$RBF(5, 10\%) = \frac{1 - (1,1)^{-5}}{0,1} = 3,79$$

#### 4.5 Die äquivalente Annuität

Bei der sogenannten Annuitätenmethode wird der Kapitalwert einer Zahlungsreihe in äquivalente jährliche Zahlungen umgerechnet (dabei darf natürlich nicht der Kapitalwert durch die Anzahl an Perioden geteilt werden).

Die äquivalente Annuität berechnet sich nach der Formel:

$$e^* = \frac{K}{RBF(T, r)}$$

Man schreibt auch für den Annuitätenfaktor:

$$ANF = \frac{1}{RBF(T, r)}$$

Es gilt dann:

$$e^* = ANF * K$$

**Beispiel:** Gegeben sei folgende Zahlungsreihe:

Jahr	0	1	2	3	4	5
Zahlung in €	-100	5	7	6	9	106

Der Kapitalwert ist aus obigem Beispiel mit -13,2 bekannt.

Die äquivalente Annuität beträgt dann

$$e^* = \frac{-13,2}{RBF(T, r)} = \frac{-13,2}{3,79} = -3,48$$

**Interpretation:** Die äquivalente Annuität ist der Betrag, der vom Investor jedes Jahr entnommen werden könnte, ohne dass das Projekt unvorteilhaft wird. Ist die äquivalente Annuität negativ, so repräsentiert sie den Betrag, den der Investor jedes Jahr einzahlen müsste, damit das Projekt nicht unvorteilhaft wird.

Da die äquivalente Annuität direkt vom Kapitalwert abgeleitet wird, ist sie genauso wie dieser zur Beurteilung von Investitionsprojekten geeignet und wird immer zur selben Beurteilung kommen. Problematisch wird es allerdings, wenn man Projekte mit verschiedenen Laufzeiten vergleichen soll. Hier kann ich der Aufgabenstellung gegeben sein, dass die Projekte wiederholbar sind und man sie so auf dieselbe Laufzeit bringen kann. Ist

aber nichts gesagt, dann berechne die Annuitäten und schiebe dazu dass diese wegen der unterschiedlichen Laufzeit nicht zur Bestimmung der Vorteilhaftigkeit geeignet sind.

## 4.6 Interner Zinsfuß

Immer wenn man versucht Zahlungen aus verschiedenen Perioden vergleichbar zu machen, dann benötigt man den risikolosen Zins. Dieser gibt an, wie sich der Wert einer Zahlung verändert, wenn man ihn zeitlich nach vorne oder nach hinten verschiebt. Bei sicheren Zahlungen wird dafür immer der risikolose Zinssatz verwendet. Wenn der Kapitalwert positiv ist, dann ist die interne Verzinsung höher als der risikolose Zins. Ist der Kapitalwert negativ, so ist die interne Verzinsung des Projektes kleiner als der risikolose Zins. Der interne Zinssatz eines Projektes ist also genau der Zinssatz, für den der Kapitalwert eines Projektes gerade Null wird.

Man berechnet den internen Zinssatz (auch „interner Zinsfuß“ genannt), indem man die Formel für den Kapitalwert zu Null setzt und nach  $r$  auflöst. Für Zahlungsreihen mit mehr als drei Jahren kann das sehr aufwendig werden.

$$K(r^*) = e_0 + \frac{e_1}{(1+r^*)^1} + \frac{e_2}{(1+r^*)^2} + \dots + \frac{e_n}{(1+r^*)^n} = 0$$

Bei der Berechnung können folgende Spezialfälle unterschieden werden:

1) Auf eine Anfangsauszahlung folgen beliebig viele Perioden ohne Zahlungen und am Ende der Laufzeit eine einzige Rückzahlung. Der interne Zinsfuß berechnet sich dann nach:

$$r^* = \sqrt[T]{\frac{e_T}{-e_0}} - 1$$

**Beispiel:**

Gegeben sei folgende Zahlungsreihe:

Jahr	0	1	2	3	4	5
Zahlung in €	-100	0	0	0	0	140

Folgende Gleichung muss nach  $r$  umgestellt werden:

$$100 * (1 + r^*)^5 = 140$$

$$(1 + r^*)^5 = \frac{140}{100}$$

Aufgelöst nach  $r^*$  erhält man:

$$r^* = \sqrt[5]{\frac{140}{100}} - 1$$

2) Auf eine Anfangsauszahlung folgen in allen Perioden gleichhohe Rückzahlungen und am Ende eine Schlusszahlung in Höhe der Anfangsauszahlung plus eine Periodenzahlung. Der interne Zinsfuß entspricht dann der Rendite einer Periodenzahlung.

**Beispiel:** Eine Anleihe, die zu 100 emittiert wird, jährlich 5% auszahlt und zum Ende der Laufzeit zu 100 zurückzahlt (plus die 5% für die letzte Periode), hat den internen Zinsfuß von 5%. Der interne Zinsfuß gibt an, wie das gebundene Kapital verzinst wird. Da jedes Jahr 5% zurückfließen und am Ende der volle Betrag zurückbezahlt wird, ist der interne Zinsfuß 5%.

3) Es gibt nur 2 Perioden. Dann kann man die Formel für den Kapitalwert einfach mit Hilfe der p-q-Formel lösen:

$$K(r^*) = e_0 + \frac{e_1}{(1 + r^*)^1} + \frac{e_2}{(1 + r^*)^2} = 0$$

Aufgelöst nach  $r^*$ :

$$r_{1,2}^* = \frac{-e_1}{2e_0} \pm \sqrt{\left(\frac{e_1}{2e_0}\right)^2 - \frac{e_2}{e_0}} - 1$$

**Beispiel:** Der interne Zinsfuß der Zahlungsreihe

Jahr	0	1	2
Zahlung in €	-100	20	100

beträgt:

$$\frac{-20}{-200} \pm \sqrt{\left(\frac{20}{-200}\right)^2 - \frac{100}{-100}} - 1 = 10\% \pm 0,5\%$$

Das Ergebnis sind 2 Zinsfüße, aber nur 10,5% ist der korrekte Zinsfuß, für den der Kapitalwert Null wird.

(zum Problem mehrerer interner Zinsfüße später).

4) Einer Anfangsauszahlung folgen ausschließlich gleichhohe Rückzahlungen.

Für diesen Fall ergibt sich  $r^*$  gemäß der Formel:

$$\frac{1 - (1 + r^*)^{-t}}{r^*} = \frac{-e_0}{e} = RBF(T, r^*)$$

**Beispiel:**

Der interne Zinsfuß der Zahlungsreihe

Jahr	0	1	2	3	4	5
Zahlung in €	-100	30	30	30	30	30

Berechnet sich wie folgt:

Da  $r^*$  nur schwer aus der Formel errechnet werden kann, nutzt man die Tabelle, um näherungsweise den Zinssatz zu finden, für den der Rentenbarwertfaktor dem Wert  $\frac{-e_0}{e}$  entspricht.

Für das Beispiel erhalten wir  $\frac{-e_0}{e} = 3,33$

Der Rentenbarwertfaktor von 3,33 für eine Laufzeit von 5 Jahren hat einen Zinssatz von ca. 15% (aus Tabelle ablesen).

5) Einer Anfangszahlung folgen unendlich viele gleichhohe Rückzahlungen. Dann ist der interne Zinsfuß  $r^* = \frac{e}{e_0}$ .

**Beispiel:**

Folgen auf eine einmalige Investition von 100 Euro unendlich lange jährliche Rückzahlungen von 10%, dann ist der interne Zinsfuß 10%.

**Approximation des internen Zinsfußes**

Man kann den internen Zinsfuß auch durch Näherungsverfahren ermitteln. Dabei setzt man zunächst Schätzwerte für den internen Zinsfuß ein und berechnet den Kapitalwert. Ist dieser positiv, erhöht man den Zinsfuß, ist er negativ, verringert man ihn. So nähert man sich langsam dem Kapitalwert von Null an.

### Mehrere Zinsfüße

Bei der Ermittlung des internen Zinsfußes werden die Nullstellen der Kapitalwertfunktion in Abhängigkeit vom Zinssatz ermittelt. Für jede Periode der Zahlungsreihe steigt die Ordnung der Funktion um 1 (Der höchste Exponent von  $r$  ist gleich der Anzahl an Perioden). Damit steigt auch die maximale Anzahl möglicher Nullstellen – und somit auch die Anzahl verschiedener Zinsfüße. Für jeden Zinsfuß, den du rechnerisch ermittelst, musst du testen, ob er Sinn macht.

Folgende Eigenschaften von Zahlungsreihen bezüglich interner Zinsfüße musst du dir merken:

-Die Anzahl interner Zinsfüße kann die Anzahl an Vorzeichenwechseln einer Zahlungsreihe nicht übersteigen.

-Die Anzahl interner Zinsfüße kann nur um eine gerade Zahl geringer sein als die Anzahl der Vorzeichenwechsel in der Zahlungsreihe.

### Beispiel:

Die folgende Zahlungsreihe hat 3 Vorzeichenwechsel:

Jahr	0	1	2	3	4	5
Zahlung in €	-100	30	-30	30	30	100

Sie kann also entweder 3 oder eine Nullstelle und damit 1 oder drei verschiedene interne Zinsfüße haben.

### Interner Zinsfuß als Vorteilhaftigkeitskriterium

Der interne Zinsfuß eignet sich in vielen Fällen nicht als Vorteilhaftigkeitskriterium. Es gibt viele Projekte, bei denen der höhere interne Zinsfuß nicht zum höheren Endvermögen führt.

Der interne Zinsfuß gibt an, bei welchem Zinssatz der Kapitalwert eines Projektes Null wird. Man kann ihn also als maximale Fremdkapitalkosten ansehen, die das Projekt gerade verkraften kann. Nun fallen Fremdkapitalkosten aber dann besonders stark ins Gewicht, wenn Zahlungen sehr spät kommen (da diese über viele Perioden abgezinst werden müssen). Vergleicht man 2 Projekte, von denen eines sehr früh hohe Rückflüsse hat und eines, das sehr spät hohe Rückflüsse hat, so wird der Kapitalwert des Projekts mit späten Rückflüssen deutlich stärker auf Änderungen des risikolosen Zinses reagieren als das Projekt mit früher Rückflüssen (Dies ist das Konzept der Duration, die du evtl. im Laufe deines Studiums kennenlernen wirst).

#### Beispiel:

Gegeben sind 2 Projektzahlungsreihen:

Jahr	0	1	2	3	4	5
Zahlung in €	-100	0	0	0	0	150

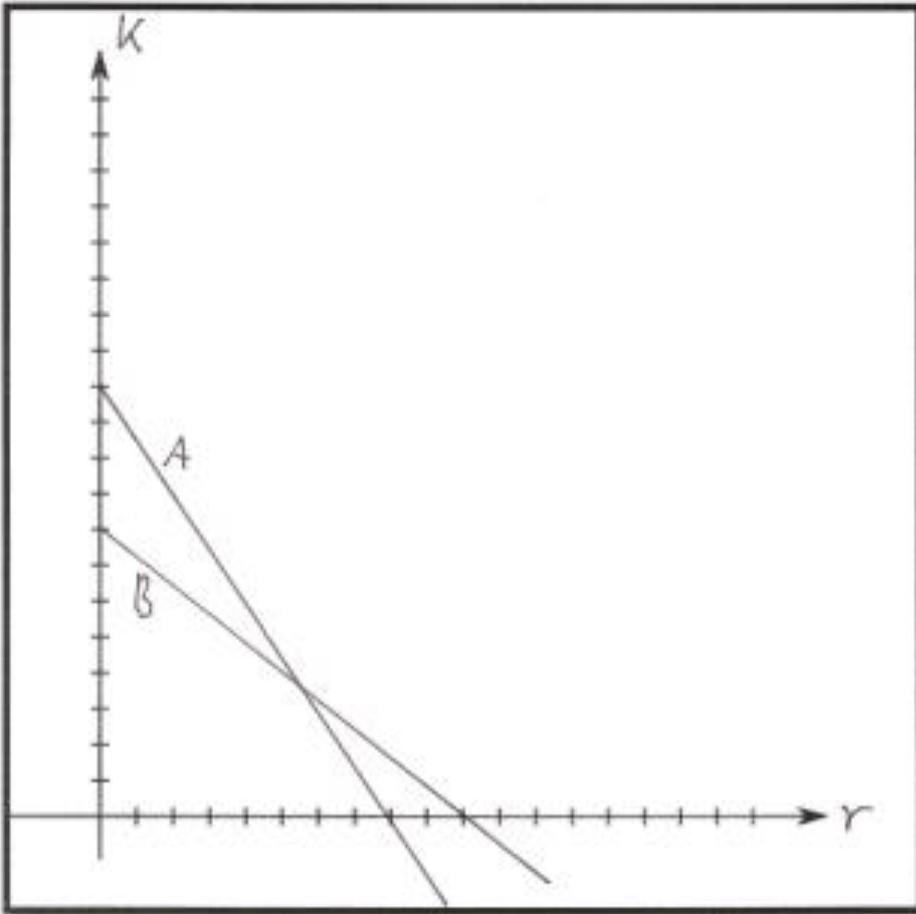
Jahr	0	1	2	3	4	5
Zahlung in €	-100	60	20	10	5	40

Der interne Zinsfuß des ersten Projektes ist ca. 8,5%, der des zweiten ist ca. 13.2%. Das zweite Projekt ist dennoch nicht unbedingt vorteilhaft. Bei einem risikolosen Zins von 0% wäre das Endvermögen des ersten Projektes 50 und das des zweiten nur 35.

**Merke dir also:** Ein hoher interner Zinsfuß genügt alleine nicht, um eine klare Aussage über die Vorteilhaftigkeit eines Projektes zu treffen.

Wie du an dem Beispiel gesehen hast, ist das Projekt mit dem höheren Zinsfuß nur für relativ hohe Kalkulationszinssätze vorteilhaft. Fällt der Kalkulationszinssatz unter einen bestimmten Wert, so wird das erste Projekt vorteilhaft. Um zu ermitteln, bei welchem Zinsfuß die Vorteilhaftigkeit wechselt, bildet man die Differenzzahlungsreihe - diese besteht aus den Differenzen der beiden Zahlungsreihen.

Grafisch sieht man an folgenden Kapitalwertfunktionen, dass der interne Zinsfuß nicht als Vorteilhaftigkeitskriterium geeignet ist: Obwohl B den höheren internen Zinsfuß hat, ist das Projekt A für niedrige Kalkulationszinssätze vorteilhaft.



#### 4.7 Differenzzahlungsreihen

Bei Differenzzahlungsreihen wird die Differenz zweier Zahlungsreihen gebildet. Dabei wird die Differenz so gebildet, dass die ersten Differenzen negativ sind. Der Kapitalwert dieser Zahlungsreihe kann als Vorteilskriterium genutzt werden.

##### Beispiel:

Gegeben seien die folgenden zwei Zahlungsreihen:

Jahr	0	1	2	3	4	5
Zahlung in €	-100	0	0	0	0	150

Jahr	0	1	2	3	4	5
Zahlung in €	-100	60	20	10	5	40

Die Differenzzahlungsreihe ist dann:

Jahr	0	1	2	3	4	5
Zahlung in €	0	-60	-20	-10	-5	110

Der Kapitalwert dieser Zahlungsreihe wird bei einem Kalkulationszinssatz von 4,35% gleich Null. Bei Kalkulationssätzen über diesem Wert ist das Projekt 1 vorteilhaft und darunter ist das Projekt 2 vorteilhaft.

#### 4.8 Variable Zinsen über die Projektlaufzeit

Bisher wurde angenommen, dass der Zinssatz über die Projektlaufzeit unverändert ist. Das ist leider in der Realität nicht der Fall. Ändert sich der Zinssatz über die Projektlaufzeit, so vergisst du einfach die Formel für den Rentenbarwertfaktor und rechnetest jede Zahlung einzeln um. Dabei nutzt du für jede Periode den entsprechenden Zinssatz.

##### Beispiel:

Soll eine Zahlung in Höhe von 10€ in Jahr 3 auf Jahr 0 abgezinst werden und die Zinssätze sind

Jahr 1: 10%

Jahr 2: 5%

Jahr 3: 8%

,so ergibt sich der Wert der Zahlung im Zeitpunkt 0 zu:

$$10 * \frac{1}{(1 + 0,08)} * \frac{1}{(1 + 0,05)} * \frac{1}{(1 + 0,1)} = 8,02$$

## Aufgaben zu 4.0

### Aufgabe 4.1

Gegeben seien folgende Zahlungsreihen. Versuche möglichst viele aufgrund von Dominanzbeziehungen auszuschließen. Gehe davon aus, dass der Zins größer als Null ist.

Jahr	0	1	2	3	4	5
A	-100	10	20	30	30	30
B	-100	10	20	30	30	40
C	-100	5	25	35	25	40
D	-100	20	15	30	30	35

### Aufgabe 4.2

Gegeben seien folgende 2 Projektzahlungsreihen:

Jahr	0	1	2	3	4	5
A	-100	10	10	10	10	110
B	-100	8	11	12	7	110

Führt man beide Projekte zeitgleich durch, so können sich verschiedene Zahlungsreihen für die Summe der beiden Projektzahlungen ergeben. Gib für die folgenden Zahlungsreihen an, welche Art von Interdependenz zwischen A und B bestand.

Jahr	0	1	2	3	4	5
1) A+B	-200	18	21	22	17	220
2) A+B	-200	20	22	22	17	220
3) A+B	-200	16	10	22	17	200
4) A+B	-200	17	21	22	17	222

**Aufgabe 4.3**

Gegeben sei folgende Zahlungsreihe:

Jahr	0	1	2	3	4	5
Projekt A	-200	18	21	22	17	220

Der Kalkulationszinssatz sei über alle Perioden 10%.

Berechne

- den Kapitalwert.
- den Endwert.
- die äquivalente Annuität.
- Interpretiere die äquivalente Annuität ökonomisch.

**Aufgabe 4.4**

In Klausuren werden auch häufig Textaufgaben gestellt. Du musst dir dann die Zahlungen der einzelnen Perioden aus der Aufgabe herausuchen.

Bei einem Industrieunternehmen muss eine neue Produktionsmaschine angeschafft werden. Die Geschäftsführung hat die Wahl zwischen zwei Maschinen mit den folgenden Merkmalen:

	Maschine A	Maschine B
Kaufpreis	20.000	22.000
Produktionskosten pro Stück	10	9
maximale Produktionsmenge	1000	900
Verkaufspreis	15	15
Verkaufserlös Maschine	5.000	5.500

Beide Maschinen können 5 Jahre lang genutzt werden. Der Zinssatz sei 10% über alle Perioden. Es sei angenommen, dass stets die maximale Produktionsmenge verkauft werden könne.

- Berechne die Kapitalwerte der Maschinen und gib an, welche Maschine angeschafft werden sollte.
- Könnte man auch die äquivalente Annuität als Vorteilhaftigkeitskriterium nutzen?

**Aufgabe 4.5**

Bilde zu den Maschinen aus Aufgabe 5.4 die Differenzzahlungsreihe und berechne den Kapitalwert.

**Aufgabe 4.6**

Gegeben sei folgende Zahlungsreihe:

Jahr	0	1	2	3	4	5
Zahlung	-10.000	2.000	3.000	500	200	8.000

Der Kalkulationszinssatz variiert von Jahr zu Jahr und beträgt jeweils:

Jahr	0	1	2	3	4	5
Kalkulationszins	10%	12%	5%	6%	4%	2%

Berechne den Kapitalwert.

**Aufgabe 4.7**

Gegeben sei folgende Zahlungsreihe:

Jahr	0	1	2	3	4	5
Zahlung	-1000	200	-500	200	0	2000

- Was ist die maximale Anzahl an möglichen internen Zinsfüßen? Ist es möglich, dass es nur zwei interne Zinsfüße gibt?
- Berechne den Endwert und den Kapitalwert der Zahlungsreihe. Der Zins sei durchgehend 0%.
- Wie viel Kapital ist notwendig, um die Investition durchzuführen? Wie viel Kapital wäre notwendig, wenn der Zinssatz am vollkommenen Kapitalmarkt 10% betragen würde?

**Aufgabe 4.8**

Gegeben sei folgende Investition:

Jahr	0	1	2	3	4	5
Zahlung	-1.000	200	-500	200	X	1.500

Der Zins am vollkommenen Kapitalmarkt betrage 10%. Wie hoch muss X mindestens sein, damit die Investition nicht unvorteilhaft wird?

**Aufgabe 4.9**

Berechne die Kapitalwerte folgender Zahlungsreihen. Der durchgehend gleiche Zinssatz sei 10% p.a. Alle Zahlungen erfolgen am Jahresende.

- i) Zahlungsanspruch aus einem Annuitätendarlehen von 4.000€ p.a. über die nächsten 10 Jahre.
- ii) Zahlungsanspruch aus einem Annuitätendarlehen von 4.000€ p.a. über 10 Jahre, erstmal jedoch in 4 Jahren.
- iii) Eine ewige Rente von 2.000€ p.a.
- iiii) Eine Einzahlung von 1.000 in einem Jahr, eine Einzahlung von 5.000 in zwei Jahren und danach für immer jährliche Einzahlungen von 8.000€.
- iiiii) Eine ewige Rente von 1.000€, die jährlich um 5% steigt.

**Aufgabe 4.10**

Gegeben seien 2 Projekte A und B mit folgenden Projektzahlungsreihen:

Jahr	0	1	2	3	4	5
Projekt A	-100	20	20	30	30	70
Projekt B	-100	10	10	10	10	180

Es herrscht durchgehend ein Zinssatz von 10%.

- a) Bilde die Differenzzahlungsreihe.
- b) Berechne den Kapitalwert der Differenzzahlungsreihe.
- c) Was sagt der Kapitalwert über die Vorteilhaftigkeit zwischen den beiden Projekten aus?

## Lösungen zu 4.0

### Lösung zu 4.1

Zahlungsreihe B dominiert Zahlungsreihe A, da sie überall gleich hohe, aber in Jahr 5 eine höhere Zahlung aufweist.

Zahlungsreihe D dominiert Zahlungsreihe B (und A), da man „überschüssige“ Beträge aus Jahr 1 in die Jahre 2 und 5 verschieben kann, sodass folgende Zahlungsreihe entsteht.

Jahr	0	1	2	3	4	5
D*	-100	10	20	30	30	40

Diese Zahlungsreihe entspricht genau der Zahlungsreihe B. Da der Zins positiv ist, dominiert D die Zahlungsreihe A. Die absolute Höhe der Zahlungen ist nämlich gleich, bei D kommen die Zahlungen aber früher und bei positivem Zins sind frühe Zahlungen mehr wert als späte.

### Lösung zu 4.2

1) Die Zahlungsreihe entspricht der Summe der einzelnen Projektzahlungsreihen. Daher ist es wahrscheinlich, dass die Projektzahlungsreihen A und B voneinander unabhängig sind (Es besteht auch die Möglichkeit, dass sie einander beeinflussen und sich die Änderungen gegenseitig aufheben).

2) Die Zahlungsreihe ist in Jahr 1 und 2 besser als die Summe der beiden Zahlungsreihen. Die Projekte beeinflussen sich positiv.

3) Die Zahlungsreihe ist in Jahr 1, 2 und 5 schlechter als die Summe der beiden Zahlungsreihen. Die Projekte beeinflussen sich negativ.

4) Die Zahlungsreihe ist in Jahr 1 schlechter und in Jahr 5 besser als die Summe der beiden Zahlungsreihen, Dies ist eine Mischung aus positiver und negativer Beeinträchtigung.

**Lösung zu 4.3**

a) Zur Berechnung des Kapitalwertes muss für jedes Jahr der Aufzinsungsfaktor berechnet werden. Dieser ergibt sich für das Jahr  $t$  zu

$$(1 + r)^t$$

Um eine Zahlung von  $t$  auf  $t = 0$  abzuzinsen, muss die Zahlung durch den Aufzinsungsfaktor geteilt werden.

Jahr	0	1	2	3	4	5
Projekt A	-200	18	21	22	17	220
Aufzinsungsfaktor	1,00	1,10	1,21	1,33	1,46	1,61
abgezinste Zahlung	-200	16,36	17,36	16,53	11,61	136,60

Der Kapitalwert ist nun die Summe der abgezinste Zahlungen.

$$K = -1,54$$

b) Für den Endwert müssen wieder Aufzinsungsfaktoren berechnet werden, dieses Mal aber für die Zeit zwischen  $t$  und dem Laufzeitende, da die Zahlungen bis zum Laufzeitende aufgezinst werden müssen. Die Zahlungen werden dann zum Laufzeitende aufgezinst, indem sie mit dem Aufzinsungsfaktor multipliziert werden.

Jahr	0	1	2	3	4	5
Projekt A	-200	18	21	22	17	220
Aufzinsungsfaktor	1,61	1,46	1,33	1,21	1,10	1,00
aufgezinsten Zahlung	-322,10	26,35	27,95	26,62	18,70	220,00

Der Endwert ergibt sich aus der Summe der ausgezinsten Zahlungen.

$$E = -2,48$$

Der Endwert lässt sich alternativ auch berechnen, indem man den Kapitalwert bis zum Laufzeitende aufzinst.

$$E = -1,54 * 1,1^5 = -2,48$$

c) Die äquivalente Annuität berechnet sich nach der Formel:

$$e^* = \frac{K}{RBF(T, r)}$$

Der Kapitalwert ist mit -1,54 aus a) bekannt. Den Rentenbarwertfaktor für 5 Jahre und einen Zinssatz von 10% kannst du aus der Tabelle ablesen.

$$RBF(5 \text{ Jahre}, 10\%) = 3,791$$

Für  $e^*$  ergibt sich:

$$e^* = \frac{-1,54}{3,791} = -0,41$$

d) Die äquivalente Annuität gibt an, welchen Betrag man im Vergleich zur Unterlassensalternative jährlich entnehmen kann bzw. einzahlen muss, um genauso gut gestellt zu sein, wie bei der Unterlassensalternative.

#### Lösung zu 4.4

a) Aufstellung der Zahlungsreihe und Berechnung der Kapitalwerte:

Jahr	0	1	2	3	4	5
Maschine A	-20.000	5.000	5.000	5.000	5.000	10.000
Maschine B	-22.000	5.400	5.400	5.400	5.400	10.900
Aufzinsungsfaktor	1,00	1,10	1,21	1,33	1,46	1,61
abgezinste Zahlung A	-20.000	4.545,45	4.132,23	3.756,57	3.415,07	6.209,21
abgezinste Zahlung B	-22.000	4.909,09	4.462,81	4.057,10	3.688,27	6.768,04

Der Kapitalwert entspricht der Summe der abgezinsten Zahlungen.

Kapitalwert Maschine A: 2058,54

Kapitalwert Maschine B: 1885,32

Die Anschaffung der Maschine A ist vorteilhaft.

b) Die Äquivalente Annuität kann auch genutzt werden, da beide Projekte dieselbe Laufzeit haben.

**Lösung zu 4.5**

Differenzzahlungsreihe	-2.000	400	400	400	400	900
abgezinste Zahlungen	-2.000	363,64	330,58	300,53	273,21	558,83

Der Kapitalwert der Differenzzahlungsreihe beträgt -173,22. Dies ist genau die Differenz der beiden Kapitalwerte der einzelnen Maschinen.

**Lösung zu 4.6**

Wie bisher berechnest du zunächst die Aufzinsungsfaktoren.

Jahr	0	1	2	3	4	5
Kalkulationszins	10%	12%	5%	6%	4%	2%
Aufzinsungsfaktor	1,00	1,12	1,18	1,25	1,30	1,32

Der Aufzinsungsfaktor für Jahr 3 berechnet sich beispielsweise zu

$$1 * 1,12 * 1,05 * 1,06 = 1,25$$

Nun wird wie gewohnt der Kapitalwert berechnet:

Jahr	0	1	2	3	4	5
Zahlung	-10.000	2.000	3.000	500	200	8.000
Kalkulationszins	10%	12%	5%	6%	4%	2%
Aufzinsungsfaktor	1,00	1,12	1,18	1,25	1,30	1,32
abgezinste Zahlung	-10.000	1.785,71	2.551,02	401,10	154,27	6.049,83

Der Kapitalwert beträgt 941,94.

**Lösung zu 4.7**

a) Die maximale Anzahl an internen Zinsfüßen entspricht der Anzahl an Vorzeichenwechseln, also 3. Die Anzahl an internen Zinsfüßen kann außerdem nur um eine gerade Zahl geringer sein als die Anzahl an Vorzeichenwechseln, also 1 oder 3. 2 Zinsfüße sind nicht möglich.

b) Der Endwert und der Kapitalwert bei einem Zins von 0% entsprechen der Summe der Zahlungen, also 900.

c) Es werden 1.300€ benötigt, da auch die Auszahlung in Periode 2 finanziert werden muss. Beträgt der Zins dagegen 10%, so kann das Kapital verzinst werden und es wird weniger benötigt.

Die genaue Höhe des benötigten Kapitals entspricht dem Betrag des Kapitalwertes der folgenden Zahlungsreihe:

Jahr	0	1	2
Zahlung	-1.000	200	-500

Der Kapitalwert beträgt -1.231. Es wird also ein Kapital von 1.231€ benötigt.

**Lösung zu 4.8**

Die Investition wird unvorteilhaft, wenn der Kapitalwert negativ wird. Gesucht ist also der Wert für X, für den der Kapitalwert Null wird.

Man berechnet zunächst den Kapitalwert für  $X = 0$ .

Jahr	0	1	2	3	4	5
Zahlung	-1000	200	-500	200	0	1500
Aufzinsungsfaktor	1	1,1	1,21	1,33	1,46	1,61
abgezinsten Zahlung	-1000	181,82	-413,22	150,26	0	931,38

Der Kapitalwert beträgt -149,47.

Es muss also gelten

$$\frac{X}{1,4641} = 149,74$$

Damit der Kapitalwert 0 wird.

Daraus folgt  $X = 219,26$ .

**Lösung zu Aufgabe 4.9**

i) Hier benötigst du keine Rechenregeln zu Annuitäten. Es ist der Kapitalwert einer Zahlungsreihe mit konstanten Einzahlungen gesucht.

$$4.000 * RBF(10\text{Jahre}; 10\%) = 4.000 * 6,1446 = 24.578,4\text{€}$$

ii) Der Betrag aus i) muss für 4 Jahre abgezinst werden:

$$\frac{24.578,4}{1,1^4} = 16.787,4$$

iii) Der Betrag muss durch den Zinssatz geteilt werden:

$$\frac{2.000}{0,1} = 20.000\text{€}$$

iiii) Zunächst berechnet man den Kapitalwert der ewigen Rente zum Zeitpunkt  $t = 3$ :

$$\frac{8.000}{0,1} = 80.000\text{€}$$

Dann werden die drei Zahlungen einzeln abgezinst und aufaddiert:

$$\frac{1.000}{1,1} + \frac{5.000}{1,1^2} + \frac{80.000}{1,1^3} = 909,1 + 4.132,2 + 60.105,2 = 65.146,5\text{€}$$

iiiiii) Die Zahlung von 1.000€ wird jedes Jahr 5% mehr, aber aufgrund des Kalkulationszinseszinses von 10% wird sie auch jedes Jahr 10% weniger wert.

$$\frac{1.000}{0,1 - 0,05} = 20.000\text{€}$$

**Lösung zu 4.10**

a) Es wird immer so subtrahiert, dass eine negative Anfangsauszahlung entsteht.

Es ergibt sich folgende Zahlungsreihe:

Jahr	0	1	2	3	4	5
B-A	0	-10	-10	-20	-20	110

b) Der Kapitalwert der Differenzzahlungsreihe beträgt 22,26.

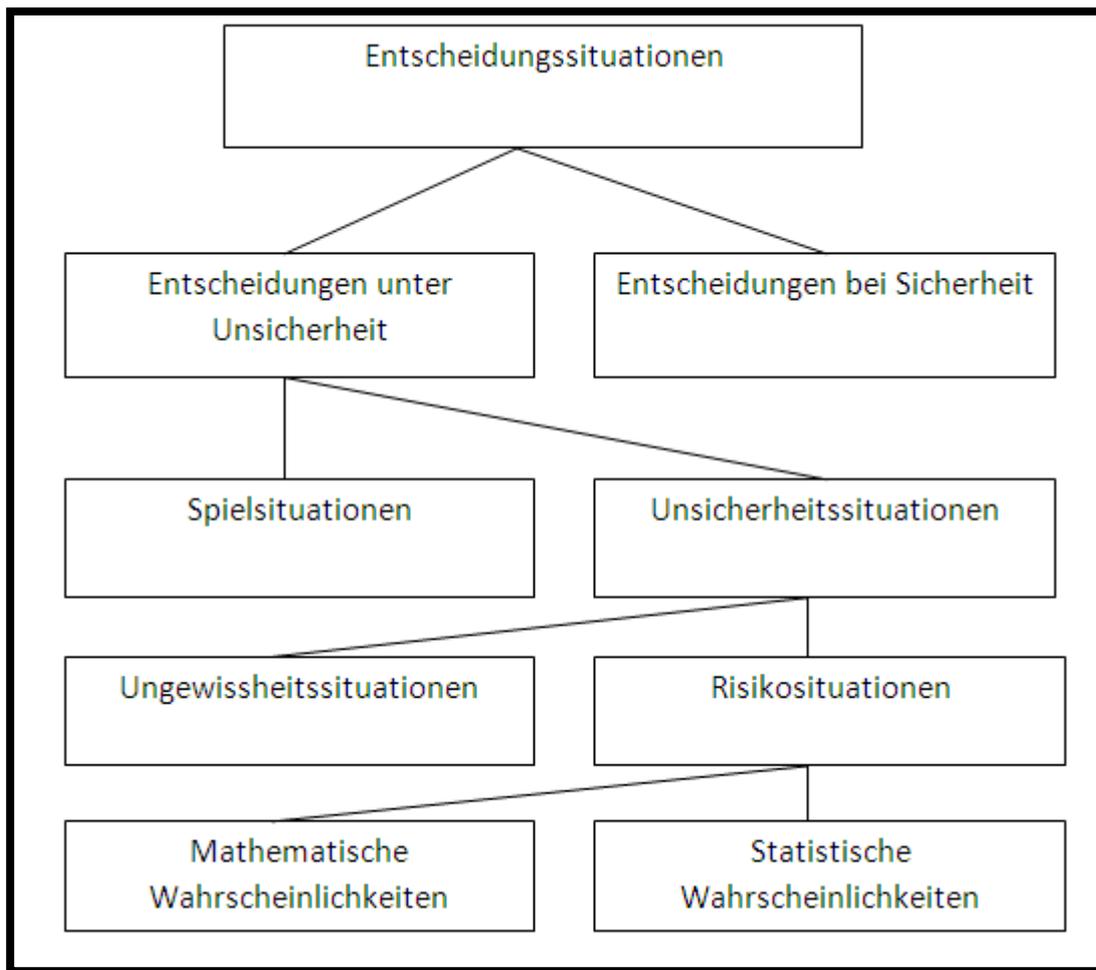
c) Da der Kapitalwert der Differenzzahlungsreihe positiv ist, ist B gegenüber A vorteilhaft.

## 5.0 Grundlagen der Entscheidungstheorie

Bei betriebswirtschaftlichen Entscheidungen unterscheidet man zwischen folgenden Situationen:

- **Spielsituationen:** Diese sind dadurch gekennzeichnet, dass eine Entscheidung eine Gegenreaktion eines rational handelnden Gegenspielers herbeiführt. Es muss also einkalkuliert werden, wie der Gegenspieler auf eine Entscheidung reagiert.
- **Unsicherheitssituationen:** Die Folge der Entscheidung ist unbekannt. Man unterscheidet weiter in
  - **Ungewissheitssituationen:** Es liegen zu wenig Informationen vor, um Eintrittswahrscheinlichkeiten zu bestimmen (Beispiel: Ich spiele russisches Roulette mit einem Revolver, von dem ich nicht weiß, ob und wie viele Kugeln in der Trommel sind).
  - **Risikosituationen:** Die Folge einer Entscheidung ist zwar unbekannt, man kann aber Eintrittswahrscheinlichkeiten der möglichen Ereignisse bestimmen (Beispiel: Ich spiele russisches Roulette und weiß, dass nur eine Kugel in der Trommel ist). Die Wahrscheinlichkeiten werden weiter in mathematische Wahrscheinlichkeiten - also berechnete Vorhersagen - und statistische Wahrscheinlichkeiten - also beobachtete Werte - unterteilt.

Folgendes Schema gibt eine Übersicht über die verschiedenen Entscheidungssituationen:



### 5.1 Bewertung von Ergebnisverteilungen

Eine Ergebnisverteilung ordnet jedem möglichen Umweltzustand ein Ergebnis zu. Dabei sind die Eintrittswahrscheinlichkeiten  $P$  der Umweltzustände bekannt

#### Beispiel:

Ich kaufe eine Aktie und verkaufe sie in einem Jahr wieder. Die Ergebnisverteilung meiner Rendite könnte (rein modelltheoretisch) wie folgt aussehen:

Umweltzustand ( $P=...$ )	10%	40%	30%	20%
Alternative 1	10	15	20	25
Alternative 2	5	20	25	30

Vergleicht man nun 2 Ergebnisverteilungen miteinander, so gibt es folgende mögliche **Dominanzbeziehungen**:

**1) Absolute Dominanz:** Die schlechte Ergebnisausprägung der einen Ergebnisverteilung ist besser als die beste Ergebnisausprägung der anderen. Es ist also nicht möglich, dass die schlechtere Ergebnisverteilung ein besseres Ergebnis erzielt als die bessere.

**2) Zustandsdominanz:** Sind die Ergebnisse von einem dritten Umweltzustand abhängig, so ist die Zustandsdominanz gegeben, wenn eine Ergebnisverteilung in jedem Umweltzustand ein mindestens gleich gutes Ergebnis liefert wie die andere, aber in mindestens einem eine bessere.

#### Beispiel:

Verglichen wird die Investition in 2 Aktien, deren Rendite von dem weltweiten Wirtschaftswachstum abhängig sind:

Umweltzustand ( $P = \dots$ )	20%	50%	30%
Aktie A	-5%	0%	5%
Aktie B	-2%	0%	5%

Die Aktie B dominiert die Aktie A bezüglich der Zustandsdominanz.

**3) Wahrscheinlichkeitsdominanz:** Beim Vergleich zweier Ergebnisverteilungen ist die Wahrscheinlichkeit, mindestens ein beliebiges Ergebnis zu erzielen genau so groß, in mindestens einem Fall aber größer, als bei der anderen Ergebnisverteilung. Dazu werden die Wahrscheinlichkeiten von den höchsten Ausprägungswerten ausgehend aufaddiert.

Wie du siehst hat die Tabelle zur Bewertung der Zustandsdominanz eine andere Form.

**Beispiel:**

Verglichen wird die Investition in 2 Aktien A und B aus dem Beispiel der Zustandsdominanz:

Ergebnis	-5%	-2%	0%	5%
Wahrscheinlichkeit von A	20%	0%	50%	30%
Wahrscheinlichkeit von B	0%	20%	50%	30%
Kumulierte Wkt. von A	100%	80%	80%	30%
Kumulierte Wkt. von B	100%	100%	80%	30%

Die kumulierte Wahrscheinlichkeit (Wkt.) gibt die Wahrscheinlichkeit an, mit der der entsprechende Renditewert oder ein höherer erreicht wird. Die Aktie B dominiert die Aktie A bezüglich der Wahrscheinlichkeitsdominanz, da das Ergebnis -2% oder besser von der Aktie B zu 100% erreicht wird und von der Aktie A nur zu 80%. Außerdem hat die Aktie A für kein anderes Ergebnis eine höhere Wahrscheinlichkeit.

## 5.2 Entscheidungsregeln und Optimierungskriterien

Wenn eine Entscheidung aufgrund ihrer Ereignisverteilung alle anderen Entscheidungsalternativen dominiert, wird natürlich die dominierende Entscheidung gewählt. Gibt es mehrere Handlungsalternativen, von denen keine die andere dominiert, dann muss nach anderen Entscheidungsprinzipien eine Entscheidung getroffen werden. Dabei wird zwischen folgenden Optimierungskriterien unterschieden:

**1) Extremierung:** Die Minimierung oder Maximierung einer Zielgröße. Es wird die Entscheidung getroffen, für die der Zielwert maximal wird.

**Beispiel:** Investieren in die Aktie mit der höchsten erwarteten Rendite.

**2) Satisfizierung:** Bestimmte Grenzen müssen eingehalten werden.

**Beispiel:** Bei einem Lebensmittel dürfen bestimmte Grenzwerte nicht überschritten werden.

**3) Fixierung:** Ein bestimmter Wert muss genau erfüllt sein.

**Beispiel:** Dosierung eines Medikamentes.

## Zielkonflikte

Werden mehrere dieser Ziele gleichzeitig verfolgt, so kann es zu Zielkonflikten kommen.

**Beispiel:** Bei der Nahrungsmittelherstellung soll der Gewinn möglichst hoch sein und die Belastung mit gesundheitsschädlichen Substanzen möglichst gering.

Es gibt folgende zwei Konzepte zur Lösung dieser Zielkonflikte:

### 1) Amalgamation

Die Zielgrößen werden gewichtet und zu einer einzelnen Zielgröße summiert. Aufgrund dieser kann dann eine Entscheidung getroffen werden.

#### Beispiel:

Bei der Nahrungsmittelherstellung sind folgende Kombinationen aus Gewinn und Belastung gesundheitsschädlicher Substanzen möglich:

	Gewinn	Belastung
Zusammensetzung 1	1.000	400
Zusammensetzung 2	1.200	550

Die Belastung soll möglichst gering und der Gewinn möglichst hoch sein. Der Belastung soll doppelt soviel Gewicht beigemessen werden wie dem Gewinn.

Die Entscheidung kann nun folgendermaßen getroffen werden:

Für Zusammensetzung 1 ergibt sich ein Wert von  $1000 - 2 * 400 = 200$ .

Für Zusammensetzung 2 ergibt sich ein Wert von  $1200 - 2 * 550 = 100$ .

Damit ist die Zusammensetzung 1 vorteilhaft.



**- Arithmetisches Mittel:**

Die Summe der mit ihren relativen Häufigkeiten gewichteten Merkmalsausprägungen.

**Beispiel:**

Merkmalsausprägung	1	3	4	6	8
Häufigkeit	4	3	13	20	4

Zunächst ermittelt man die relativen Häufigkeiten:

Merkmalsausprägung	1	3	4	6	8
Häufigkeit	4	3	13	20	4
Rel. Häufigkeit	9,09%	6,82%	29,55%	45,45%	9,09%

$$1 * 9,09\% + 3 * 6,82\% + 4 * 29,55\% + 6 * 45,45\% + 8 * 9,09\% = 4,93$$

- **Den Modalwert/Modus:** Die Merkmalsausprägung, die am häufigsten angenommen wird.

**Beispiel:**

Merkmalsausprägung	1	3	4	6	8
Häufigkeit	4	3	13	20	4

Modus ist die 6, da sie 20 mal eintritt.

- **Das bestmögliche Ergebnis:** Ich verzichte auf eine Erläuterung.

- **Das schlechtestmögliche Ergebnis.**

**- Quantile**

Hast du erstmal verstanden, was der Median ist, so ist es sehr einfach zu verstehen, was ein Quantil ist:

Beim Median wird gefordert, dass genau 50% der Ausprägungen kleiner sind als der Median. Fordert man, dass z.B. nur 30% der Ausprägungen kleiner sind, so nennt man den Wert 30%-Quantil. Der Median ist also ein 50%-Quantil.

Die speziellen Quantile zu 10% und 25% nennt man Dezile und Quartile.

- **Verlustwahrscheinlichkeit:** Die Wahrscheinlichkeit, dass Verluste eintreten bzw. ein bestimmter kritischer Wert unterschritten wird.
- **Gewinnwahrscheinlichkeit:** Die Wahrscheinlichkeit, dass Gewinne eintreten bzw. ein bestimmter kritischer Wert überschritten wird.
- **Verlusterwartung:** Die Summe aller Verluste, gewichtet mit ihren Wahrscheinlichkeiten.

**Beispiel:**

Gegeben sei folgende Ereignisverteilung der Rendite einer Aktie:

Rendite	-10%	-5%	10%	15%	20%
Wahrscheinlichkeit	10%	20%	40%	20%	10%

- Die Verlustwahrscheinlichkeit beträgt:  $10\% + 20\% = 30\%$ .
- Die Gewinnwahrscheinlichkeit beträgt:  $40\% + 20\% + 10\% = 70\%$
- Die Verlusterwartung beträgt:  $(-10\% * 10\%) + (-5\% * 20\%) = -2\%$

- **Variationsbreite:** Die Differenz zwischen maximalem und minimalem Ergebniswert.
- **Mittlere absolute Abweichung:** Dies ist das arithmetische Mittel aus den absoluten Abweichungen vom Mittelwert.

**Beispiel:**

Merkmalsausprägung	1	3	4	6	8
Häufigkeit	4	3	13	20	4

Gewogenes arithmetisches Mittel: 4,93

Mittlere absolute Abweichung:

$$\frac{4 * |1 - 4,93| + 3 * |3 - 4,93| + 13 * |4 - 4,93| + 20 * |6 - 4,93| + 4 * |8 - 4,93|}{44} = 1,53$$

- **Varianz:** Die Varianz ist die mittlere quadratische Abweichung vom Mittelwert. Ähnlich wie die mittlere absolute Abweichung, nur, dass von den Abweichungen nicht der absolute Wert genommen wird, sondern das Quadrat. Sind die Urwerte gegeben, so gilt:

$$\tilde{s}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

wobei  $\tilde{s}^2$  für die Varianz steht,

$\bar{x}$  den Mittelwert bezeichnet und

$n$  für die Anzahl an Merkmalsausprägungen.

Ist eine Häufigkeitsverteilung gegeben, so kann die Varianz mit weniger Rechenschritten berechnet werden:

$$\tilde{s}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2 h(x_i)$$

wobei  $h(x_i)$  die Häufigkeit des Merkmals  $x_i$  bezeichnet und  $m$  die Anzahl an verschiedenen Ausprägungen.

Sind relative Häufigkeiten gegeben, so kann die Varianz nach folgender Formel berechnet werden:

$$\tilde{s}^2 = \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2 f(x_i)$$

wobei  $f(x_i)$  die relative Häufigkeit des Merkmals  $x_i$  bezeichnet.

### Beispiel:

Merkmalsausprägung	1	3	4	6	8
Häufigkeit	4	3	13	20	4

$$\frac{4 * (1 - 4,93)^2 + 3 * (3 - 4,93)^2 + 13 * (4 - 4,93)^2 + 20 * (6 - 4,93)^2 + 4 * (8 - 4,93)^2}{44} = 3,29$$

Die **Standardabweichung**  $s$  ist die Wurzel aus der Varianz!

### 5.3 Entscheidungen unter Risiko

Bei Entscheidungen unter Risiko ist die Wahrscheinlichkeit der möglichen Umweltzustände, die auf die Entscheidung folgen, bekannt.

#### Beispiel:

Für eine Finanzinvestition stehen 3 Aktien zur Auswahl. Es muss entschieden werden, wie viel Geld in die 3 Aktien jeweils investiert werden soll. Für jede Aktie ist die Wahrscheinlichkeit der möglichen Umweltzustände bekannt.

Renditen in % nach Umweltzustand:

Umweltzustand	1	2	3	4	5
Aktie A	-10	-8	-2	2	15
Aktie B	-5	-4	-1	1	5
Aktie C	2	4	0	-2	-6

#### Sicherheitsäquivalent

Es ist sehr wichtig, dass du verstehst, was das Sicherheitsäquivalent ist. Die Fernuni liebt diesen Begriff und prüft ihn entsprechend oft.

Das Sicherheitsäquivalent ist der Wert, für den der Entscheider bereit ist, eine unsichere Zahlung abzugeben.

**Beispiel:** Ich würfeln mit einem Würfel und bezahle dir das Würfelergebnis aus. Für welchen Betrag würdest du das Recht, an dem Spiel einmal teilzunehmen, verkaufen?

Die Antwort ist nicht trivial. Man könnte annehmen, du würdest bereit sein, den Erwartungswert zu zahlen. Dies ist aber nicht unbedingt der Fall. Bist du ein risikoscheuer Mensch, dann würdest du weniger zahlen als den Erwartungswert des Würfelwurfs. Bist du eine Spielernatur, so würdest du mehr zahlen.

Wird eine positive Zahlung erwartet, so spricht man von einer Mindestkompensation, wird eine negative Zahlung erwartet, so spricht man von einer maximalen Versicherungsprämie.

**Beispiele** aus dem Leben für das Sicherheitsäquivalent sind:

- Lotto spielen: Hier zahlen die Teilnehmer wesentlich mehr als den Erwartungswert, weil ihnen die Chance auf ein großes Vermögen wertvoller ist als ein kleiner sicherer Betrag.

- Versicherungen: Hier zahlen die Menschen auch deutlich über Erwartungswert, aber nicht, um eine große Zahlung zu erhalten, sondern um einen großen Schaden zu vermeiden.

**Wichtig:** Beim Sicherheitsäquivalent geht man davon aus, dass die unsichere Zahlung im Besitz des Entscheiders ist. Es geht also immer darum, für welchen Betrag der Entscheider eine unsichere Zahlung abgeben würde. Dies kann auch bedeuten, dass der Entscheider Geld zahlt, um die unsichere Zahlung loszuwerden.

Wie man das Sicherheitsäquivalent berechnet, lernst du im folgenden Kapitel.

### **Maximaleinsatz**

Der Maximaleinsatz ist dem Sicherheitsäquivalent sehr ähnlich: Der einzige Unterschied ist der, dass der Entscheider nun nicht im Besitz der unsicheren Zahlung ist. Seine Vermögenssituation ist also eine andere, was zu einer anderen Bewertung der unsicheren Zahlung führen kann.

#### 5.4 Eindimensionale Entscheidungsregeln. Das $\mu$ -Prinzip

Das  $\mu$ -Prinzip ist sehr simpel: Man entscheidet sich für die Handlungsalternative mit dem höchsten Erwartungswert!

Dabei wird das Risiko völlig ignoriert. Eine Handlungsalternative, die in jedem Umweltzustand 1 Euro zahlt, würde also genauso bewertet werden wie eine Handlungsalternative, bei der man Ergebnisse zwischen  $-1.000$  und  $+1.000$  Euro erzielen kann, wenn der Erwartungswert  $+1$  Euro ist.

Es wird nun zwischen der Einzelentscheidung und der mehrfachen Entscheidung unterschieden. Ist es möglich, die Handlungsalternative sehr oft hintereinander durchzuführen, so wird das Risiko vom, Erwartungswert abzuweichen, geringer.

#### Das $\mu$ - $\sigma$ -Prinzip

Beim  $\mu$ - $\sigma$ -Prinzip wird bei der Entscheidung neben den Erwartungswert auch das Risiko mit einbezogen. Als Risiko wird die Streuung der Ergebniswerte um ihren Mittelwert betrachtet. Dabei trägt auch eine Abweichung nach oben zur Erhöhung des Risikos bei. Risiko ist also mit Unsicherheit gleichzusetzen und nicht mit Verlustwahrscheinlichkeit.

Als Kennzahl für das Risiko wird die Standardabweichung der Ergebniswerte genutzt. Die Standardabweichung ist die Wurzel aus der Varianz.

**Hinweis:** Die Standardabweichung wird als Maß für das Risiko genutzt. Die Standardabweichung beinhaltet aber auch Abweichungen vom Erwartungswert nach oben. Es handelt sich hier also um das Risiko, den Erwartungswert nicht zu erzielen und nicht um das Risiko, ein geringeres Ergebnis als den Erwartungswert zu erzielen. Außerdem darfst du die Standardabweichung nicht mit einer Wahrscheinlichkeit verwechseln. Die Standardabweichung ist nur eine relative Kennzahl.

### Standardabweichung als Maß für das Risiko

Die Varianz ist die mittlere quadratische Abweichung vom Mittelwert (siehe Kapitel 6.2). Die Standardabweichung ist die Wurzel der Varianz.

Da jeder Entscheider den Erwartungswert und das Risiko anders bewertet, müssen diese beiden Parameter noch gewichtet werden, bevor eine Entscheidung getroffen werden kann. Dies geschieht anhand der Präferenzfunktion:

### Präferenzfunktion

Die Präferenzfunktion gewichtet den Erwartungswert und das Risiko und kommt so zu einer Kennzahl, anhand der eine Entscheidung getroffen werden kann (je höher die „Präferenz, desto besser“).

Allgemein schreibt die Fernuni für die Präferenzfunktion:

$$\Phi(\mu_i, \sigma_i)$$

Diese Funktion kann die verschiedensten Formen annehmen. Im Einzelnen benennt die Fernuni Präferenzfunktionen der Form:

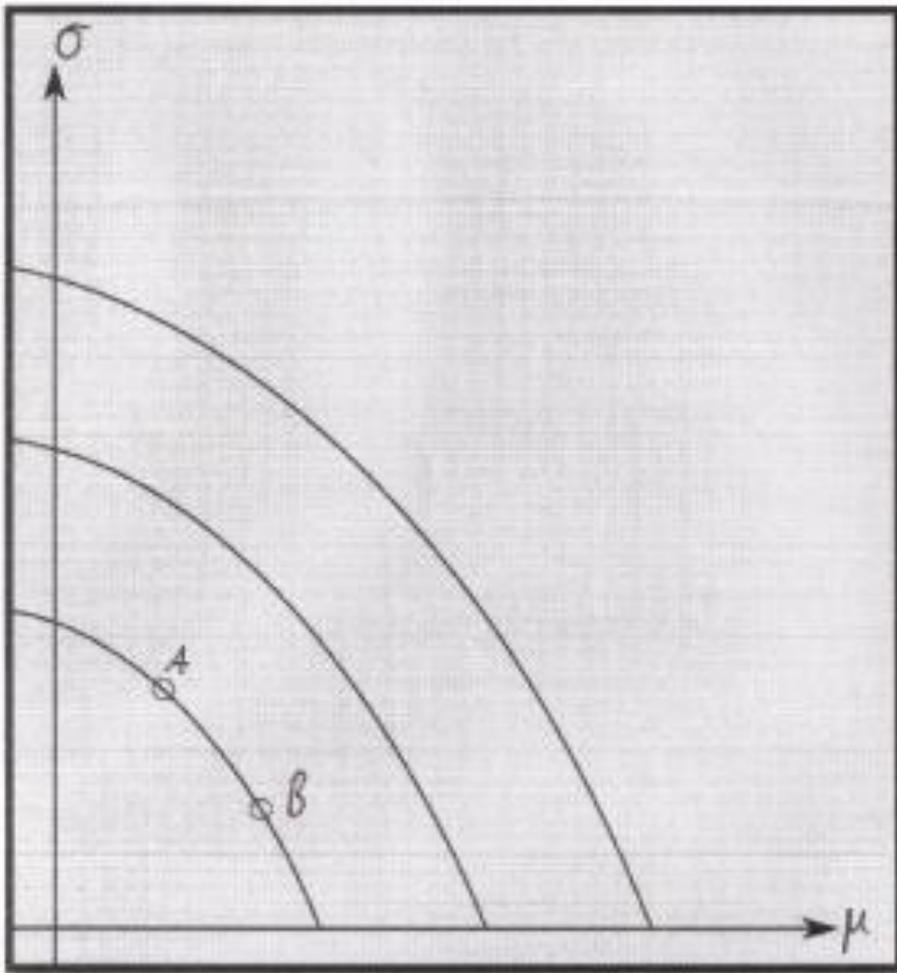
$$\Phi(\mu_i, \sigma_i) = \mu_i - a\sigma_i$$

$$\Phi(\mu_i, \sigma_i) = \mu_i - a\sigma_i^2$$

$$\Phi(\mu_i, \sigma_i) = \mu_i - a(\mu_i^2 + \sigma_i^2)$$

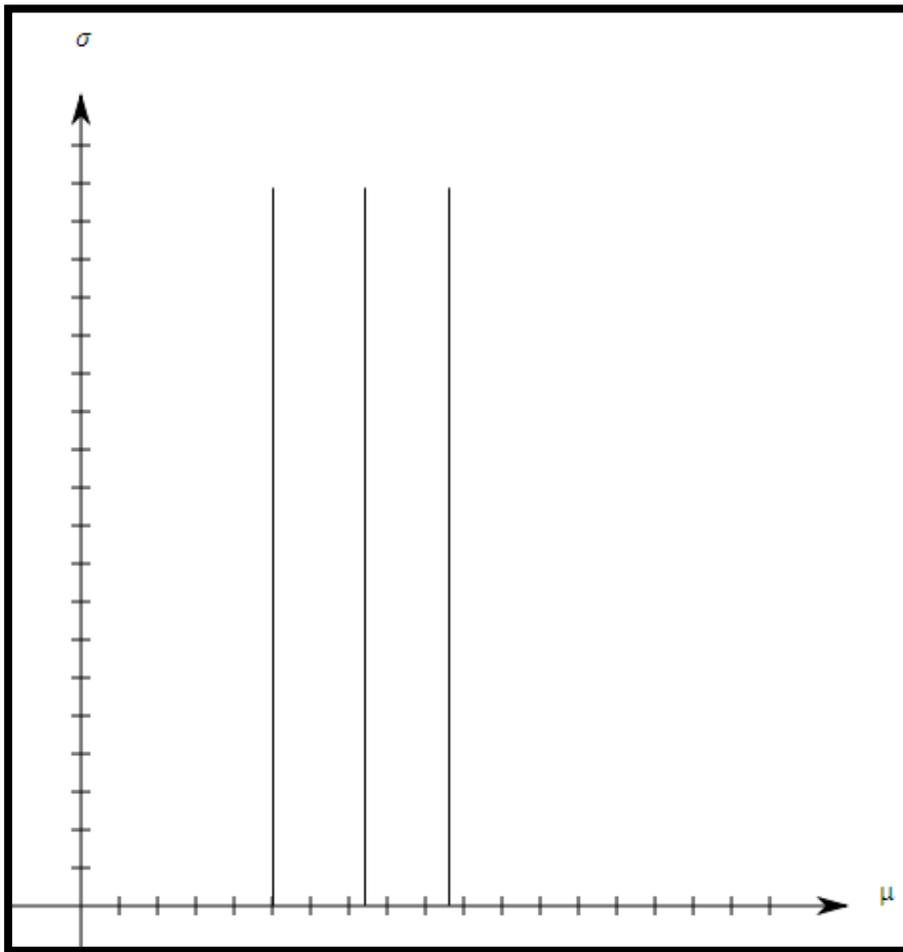
Grafisch werden die Präferenzfunktionen im  $\mu$ - $\sigma$ -Diagramm dargestellt. Dabei unterscheidet man die drei verschiedenen Typen der Risikofreude, Risikoscheue und Risikoneutralität:

**Risikofreude:** Der Investor zieht eine risikobehaftete Anlage einer sicheren Anlage mit gleichem Erwartungswert vor. Die Präferenzfunktion ist also fallend, da ein geringeres Risiko durch einen höheren Erwartungswert kompensiert werden muss.

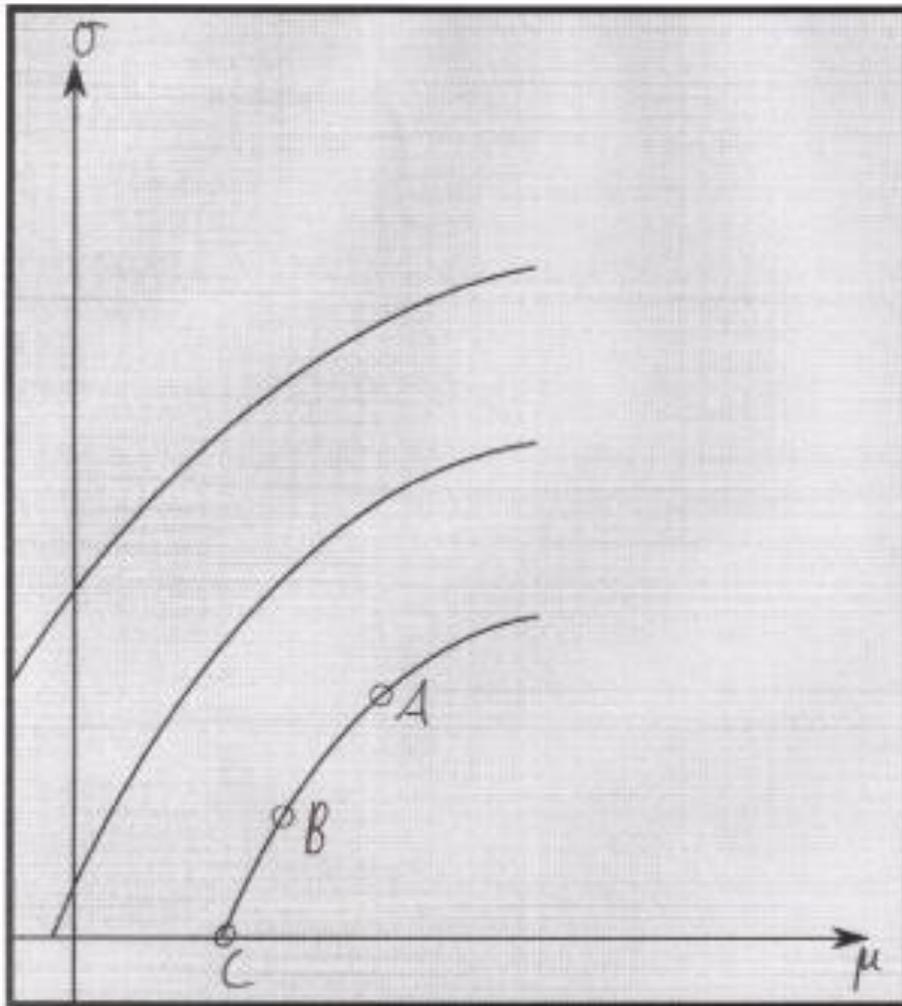


Der Punkt A hat ein höheres Risiko. Dieses Risiko ist für den Investor attraktiv, sodass er bereit ist für das erhöhte Risiko einen geringeren Erwartungswert in Kauf zu nehmen.

**Risikoneutralität:** Der Investor interessiert sich nicht für das Risiko und bewertet eine Anlage nur nach dem Erwartungswert. Grafisch ist dies eine Senkrechte auf der X-Achse.



**Risikoscheue:** Der Investor zieht eine risikofreie Anlage einer risikobehafteten Anlage mit gleichem Erwartungswert vor. Die Präferenzfunktion ist also steigend, da ein höheres Risiko durch einen höheren Erwartungswert kompensiert werden muss.



Jede Linie ist eine Indifferenzlinie - also eine Linie für deren  $\mu$ - $\sigma$ -Kombinationen der Entscheider indifferent ist. Der Punkt A hat ein höheres Risiko, als der Punkt B. Für das Risiko will der Investor durch einen höheren Erwartungswert kompensiert werden.

**Beispiel:**

Die Präferenzfunktion eines Entscheiders ist  $\Phi(\mu_i, \sigma_i) = \mu_i - 2\sigma_i^2$  und er soll sich zwischen 3 Handlungsalternativen mit den folgenden Erwartungswerten und Standardabweichungen entscheiden:

	Erwartungswert	Standardabweichung
Entscheidung 1	1	2
Entscheidung 2	1	3
Entscheidung 3	2	3,5

Nach der Präferenzfunktion ergeben sich folgende Präferenzwerte:

$$\text{Entscheidung 1: } \Phi(\mu_i, \sigma_i) = 1 - 2 * 4 = -7$$

$$\text{Entscheidung 2: } \Phi(\mu_i, \sigma_i) = 1 - 2 * 9 = -17$$

$$\text{Entscheidung 3: } \Phi(\mu_i, \sigma_i) = 2 - 2 * 12,25 = -22,5$$

Entscheidung 1 ist also die beste Entscheidung!

**Rechnerische Bestimmung des Sicherheitsäquivalentes**

Das Sicherheitsäquivalent ist die sichere Zahlung, die denselben Nutzen hat wie der Wert der Präferenzfunktion für ein gegebenes Spiel.

Gegeben sei die Präferenzfunktion eines Investors:

$$\Phi(\mu_i, \sigma_i) = \mu_i - 0,1\sigma_i^2$$

Es sei ein Spiel mit Erwartungswert 5 und Varianz 6 gegeben.

Das Sicherheitsäquivalent ist die Zahlung, die denselben Präferenzwert hat wie das Spiel, aber eine Standardabweichung von Null.

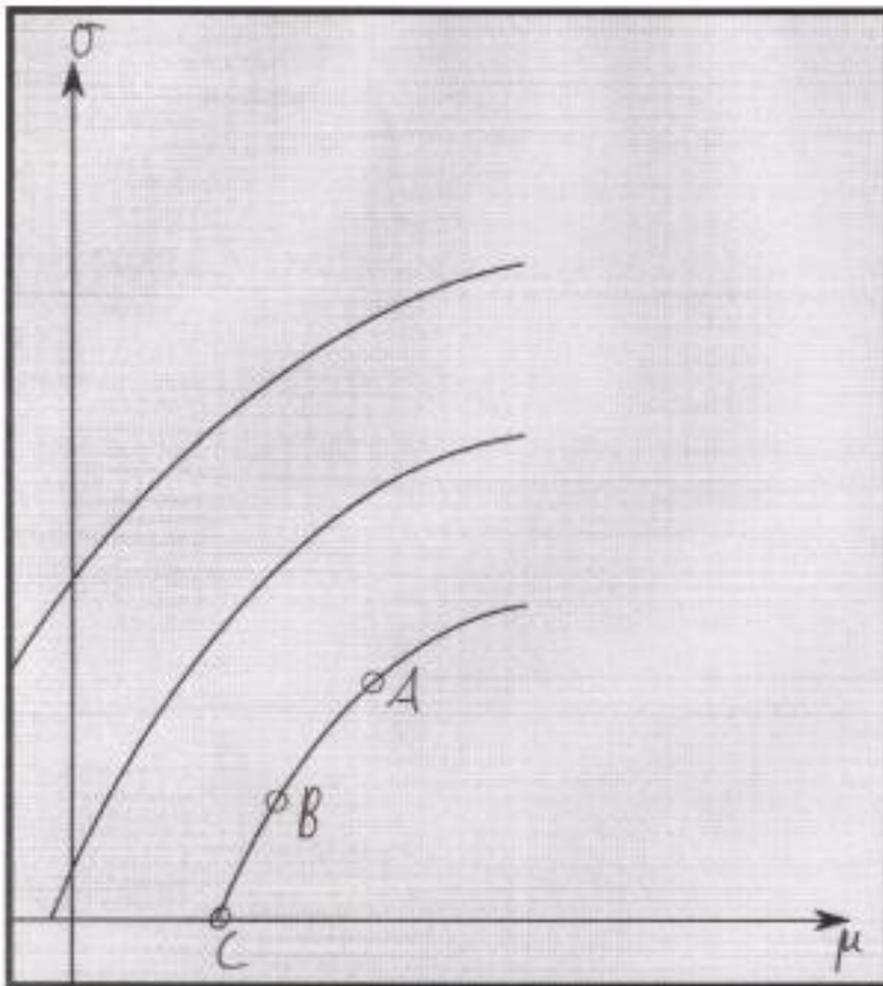
$$\text{Der Präferenzwert des Spiels beträgt: } 5 - 0,1 * 6 = 4,4$$

Das Sicherheitsäquivalent des Spiels ist also 4,4.

**Graphische Bestimmung des Sicherheitsäquivalentes.**

Zur grafischen Bestimmung zeichnet man die Präferenzfunktion des Entscheiders in ein  $\mu$ - $\sigma$ -Diagramm. Dann ermittelt man Erwartungswert und Standardabweichung des Spiels. Das Sicherheitsäquivalent findet man nun, indem man eine Indifferenzlinie durch die Koordinaten des Spiels zeichnet. Das Sicherheitsäquivalent ist der Schnittpunkt dieser Indifferenzlinie mit der X-Achse.

Für den risikoscheuen Anleger mit folgenden Indifferenzkurven ergibt sich also das Sicherheitsäquivalent der unsicheren Zahlungen A oder B an der Stelle C, da dort das Risiko gleich Null ist und der Investor indifferent zwischen C, A oder B ist.



Es gibt nun die Möglichkeit statt der Standardabweichung andere Messzahlen zu verwenden. Die Fernuni benennt folgende Abwandlungen vom  $\mu$ - $\sigma$ -Prinzip (und prüft diese sehr selten):

### Das $\mu$ - $e^{min}$ -Prinzip

Statt der Standardabweichung wird die schlechteste Ausprägung verwendet. Weiter nennt die Fernuni zur Entscheidungsfindung folgende Präferenzfunktion:

$$\Phi(\mu_i, e_i^{min}) = \lambda * \mu_i + (1 - \lambda) * e_i^{min}$$

$\lambda$  steht für die Gewichtung der beiden Maßzahlen und kann Werte zwischen 0 und 1 annehmen. Ist  $\lambda = 1$ , so wird nur nach dem Erwartungswert entschieden. Für  $\lambda = 0$  wird nur nach dem Risiko entschieden.

### 2) Das $\mu$ -f-Prinzip

Dies ist die allgemeine Form des  $\mu$ - $e^{min}$ -Prinzips. Statt der schlechtesten Ausprägung wird die Ausprägung verwendet, unter der beispielsweise 10% aller Ausprägungen liegen. Eine solche Ausprägung nennt man **10%-Quantil**. Das  $\mu$ - $e^{min}$ -Prinzip ist also ein  $\mu$ -f-Prinzip mit einem 0%-Quantil.

### 3) Das $\mu$ -v-Prinzip

Statt der Standardabweichung wird die **Verlustwahrscheinlichkeit** genutzt. Eine Entscheidung wird anhand einer Präferenzfunktion gegeben.

### 4) Das $\mu$ -V-Prinzip

Statt der Standardabweichung wird die **Verlusterwartung** genutzt. Eine Entscheidung wird anhand einer Präferenzfunktion gegeben. Die Verlusterwartung ist der durchschnittliche Verlust vergangener Perioden.

## 5.5 Portfoliotheorie

Bei der Portfoliotheorie betrachtet man Wertpapiere, deren zukünftige Rendite den Erwartungswert  $\mu$  und die Standardabweichung  $\sigma$  haben – man nutzt also das  $\mu$ - $\sigma$ -Prinzip. Außerdem ist es möglich, mehrere Wertpapiere gleichzeitig zu erwerben. Es wird angenommen, dass der Investor risikoscheu ist, also versucht bei konstanter Rendite das Risiko zu minimieren.

Erwartungswert und Standardabweichung eines Portfolios errechnest du nach den bekannten Formeln, nur dass du die Verteilung des Portfolios verwendest.

### Beispiel:

Gegeben sind die Wahrscheinlichkeiten für die Renditen folgender Wertpapiere.

Umweltzustand (p=...)	10%	20%	40%	10%	20%
Wertpapier A	5%	3%	1%	0%	-5%
Wertpapier B	7%	5%	2%	-4%	-10%

Es soll ein Portfolio zusammengestellt werden, das zu 40% aus Wertpapier A und zu 60% aus Wertpapier B besteht.

Umweltzustand (p=...)	10%	20%	40%	10%	20%
Portfolio	6,20%	4,20%	1,60%	-2,40%	-8,00%

Für das Portfolio kann man nun den Erwartungswert und die Standardabweichung nach den bekannten Formeln errechnen.

## 5.6 Korrelation

Die Korrelation ist eine Maßzahl für die Abhängigkeit zweier Variablen (in unserem Fall Renditen). Sie nimmt Werte zwischen -1 und 1 an. Ein Wert von -1 bedeutet, dass die Renditen perfekt negativ korreliert sind: Immer, wenn die eine Variable positiv von ihrem Mittelwert abweicht, weicht die andere negativ von ihrem Mittelwert ab. Eine Korrelation von +1 bedeutet entsprechend, dass beide Renditen perfekt positiv korreliert sind: Immer, wenn eine nach oben von ihrem Mittelwert abweicht, tut die andere das auch. Beispiele für positive Korrelation wären die Aktienrenditen von RWE und E.on. Beispiele für negative Korrelation wären z.B. Mineralölkonzerne und Fluggesellschaften (Die einen profitieren vom steigenden Ölpreis, die anderen leiden darunter).

Bisher sind wir davon ausgegangen, dass die Renditen der Wertpapiere unabhängig voneinander seien. Sind die Renditen der Wertpapiere miteinander korreliert, so ändert sich die Standardabweichung des Portfolios. Die erwartete Rendite bleibt von der Korrelation aber unbeeinträchtigt.

Es ist sehr wichtig, dass du das Konzept der Korrelation und deren Auswirkung auf das Risiko eines Portfolios verstehst. Für das bessere Verständnis, hier noch ein **Beispiel**:

Angenommen du hast die Möglichkeit in ein Wertpapier A zu investieren, das in einem Jahr entweder eine Rendite -10% oder +20% erzielen wird. Dein Erwartungswert ist positiv, doch es besteht auch das Risiko Verluste zu machen.

Nun wird dir empfohlen ein zweites Wertpapier B mit folgender Renditeerwartung zu betrachten: In einem Jahr wird es entweder -10% erzielen, oder +10%. Zunächst ist dir klar, dass dieses Wertpapier uninteressant ist, da du im Studium gelernt hast, dass es von Wertpapier A dominiert wird. Jetzt erfährst du aber, dass das Wertpapier B eine perfekt negative Korrelation zum Wertpapier A hat. Wenn also Wertpapier A +20% erzielt, dann erzielt Wertpapier B -10% und wenn Wertpapier A -10% erzielt, dann erzielt Wertpapier B +10%. Investierst du nun die Hälfte deines Kapitals je in eines der beiden Wertpapiere, so erzielst du in einem Jahr entweder 5% oder 0%. Durch die negative Korrelation hast du also die Möglichkeit eines Verlustes eliminieren können.

### Rechnerische Bestimmung der Korrelation

Die Korrelation wird aus der Kovarianz und den Standardabweichungen nach folgender Formel berechnet:

$$\rho_{1,2} = \frac{Cov_{1,2}}{\sigma_1 * \sigma_2}$$

$\rho_{1,2}$  steht für die Korrelation zwischen zwei Wertpapieren (Korrelationskoeffizient).

Die ist in den Aufgabenstellungen oft gegeben. Solltest du sie doch einmal berechnen müssen, hier die Formel:

$$Cov(X, Y) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^r (x_i - \bar{x}) * (y_k - \bar{y}) * h(x_j, y_k)$$

$x_i$  steht für die Renditen des einen Wertpapiers.

$y_k$  steht für die Renditen des anderen Wertpapiers.

$\bar{x}$  steht für den Mittelwert von x.

$\bar{y}$  steht für den Mittelwert von y.

$h(x_j, y_k)$  steht für die Häufigkeit, mit der  $x_j$  und  $y_k$  vorkommen.

Man kann zur Berechnung auch die relativen Häufigkeiten verwenden:

$$Cov(X, Y) = \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^r (x_i - \bar{x}) * (y_k - \bar{y}) * f(x_j, y_k)$$

Es ist wichtig, dass du verstehst, was hier berechnet wird: Es wird das Produkt aus den Abweichungen der jeweiligen Ausprägungen von ihren Mittelwerten gebildet. Dieses Produkt wird mit seiner relativen Häufigkeit multipliziert und diese Produkte werden aufsummiert. Wenn also das zweite Merkmal immer dann nach oben von seinem Mittelwert abweicht, wenn auch das erste nach oben abweicht (und entsprechend immer nach unten, wenn auch das erste nach unten abweicht), dann ist das Produkt immer positiv und die Summe über alle Produkte wird größer. Weicht das zweite Merkmal nach unten von seinem Mittelwert ab, wenn das erste nach oben abweicht (und entsprechend andersherum), so wird das Produkt negativ und die Summe der Produkte entsprechend kleiner.

**Beispiel:** Die Kovarianz der folgenden Werte berechnet sich wie folgt:

X	1	5	6
Y	2	4	6

Zunächst werden die Mittelwerte ermittelt:

$$\bar{x} = \frac{1 + 5 + 6}{3} = 4$$

$$\bar{y} = \frac{2 + 4 + 6}{3} = 4$$

Dann ist die Kovarianz:

$$\begin{aligned} \text{Cov}(X, Y) &= \frac{1}{3} \left( (1 - 4) * (2 - 4) * 1 + (5 - 4) * (4 - 4) * 1 + (6 - 4) * (6 - 4) * 1 \right) \\ &= \frac{10}{3} \end{aligned}$$

### Varianz eines Portfolios für abhängige Wertpapierrenditen

Ist die Korrelation von 2 Wertpapieren von 0 verschieden, so berechnet man die Varianz des Portfolios nach folgender Formel:

$$\sigma_{1,2}^2 = (x_1^2 * \sigma_1^2) + (x_2^2 * \sigma_2^2) + 2 * x_1 \sigma_1 * x_2 \sigma_2 * \rho_{1,2}$$

$x_1$  und  $x_2$  sind jeweils die prozentualen Anteile des entsprechenden Wertpapiers im Portfolio.

Für den Spezialfall der perfekt negativen Korrelation lässt sich die Varianz des Portfolios vereinfacht schreiben als:

$$\sigma_{1,2}^2 = (x_1^2 * \sigma_1^2) + (x_2^2 * \sigma_2^2) - 2 * x_1 \sigma_1 * x_2 \sigma_2 = (x_1 \sigma_1 - x_2 \sigma_2)^2$$

**Beispiel:**

Gegeben seien folgende Werte von 2 Wertpapieren:

	Renditeerwartung	Standardabweichung
Wertpapier A	10%	15%
Wertpapier B	6%	12%

Die Korrelation beträgt 0,3.

Das Portfolio soll zu 40% aus Wertpapier A und zu 60% aus Wertpapier B bestehen.

Berechne die Standardabweichung des Portfolios.

**Antwort:** Die Varianz des Portfolios berechnet sich gemäß Formel:

$$\sigma_p^2 = (0,4^2 * 15\%^2) + (0,6^2 * 12\%^2) + 2 * 0,4 * 15\% * 0,4 * 12\% * 0,3 = 113,76\%$$

Die Standardabweichung des Portfolios beträgt also ca. 10,67%.

**Beachte:** Das Chance Risiko Verhältnis (CRV), also das Verhältnis zwischen Renditeerwartung und Risiko, des Portfolios ist besser als die der einzelnen Wertpapiere.

$$\text{CRV Wertpapier A: } \frac{\text{Rendite}}{\text{Risiko}} = \frac{10\%}{15\%} = 0,67$$

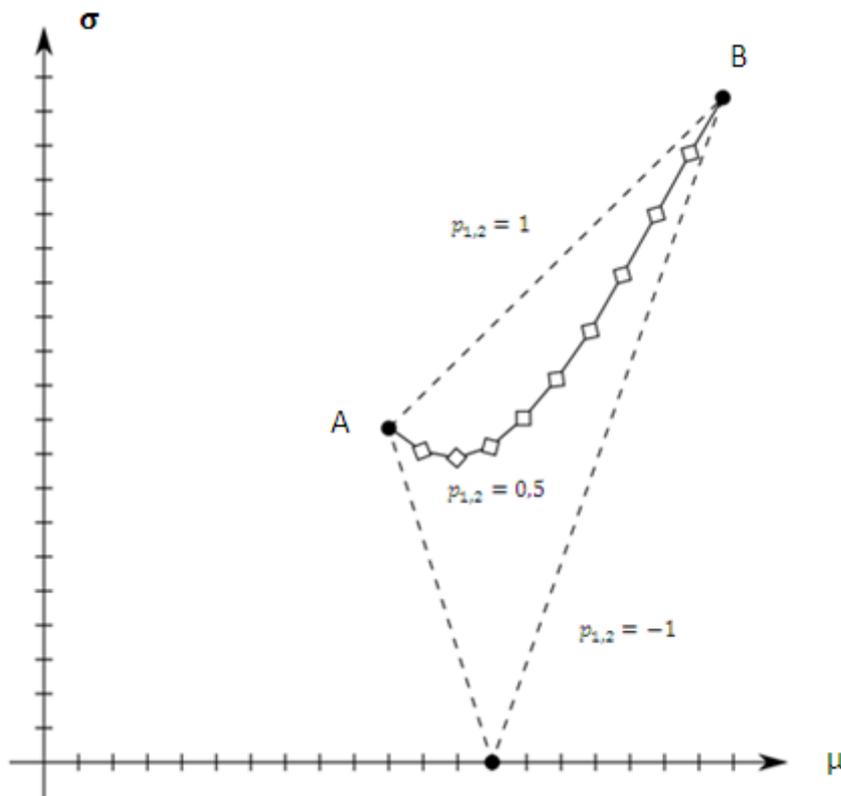
$$\text{CRV Wertpapier B: } \frac{6\%}{12\%} = 0,5$$

$$\text{CRV Portfolio: } \frac{0,4 * 10\% + 0,6 * 6\%}{10,67\%} = 0,71$$

Die Verbesserung des CRV ist umso besser, je geringer die Korrelation der beiden Wertpapiere ist. Dies erkennt man auch direkt an der Formel für die Varianz des Portfolios. Je kleiner die Korrelation, desto geringer der letzte Term (während die Korrelation keinen Einfluss auf die Renditeerwartung hat). Ist die Korrelation negativ, so wird auch der gesamte Term negativ. Die Verbesserung des CRV durch Investition in mehrere nicht perfekt korrelierte Wertpapiere nennt man auch Diversifikationseffekt.

### Grafische Darstellung

Man kann nun für jede mögliche Gewichtung der 2 Aktien die erwartete Rendite und die Standardabweichung berechnen und diese in ein Diagramm eintragen. Je nachdem, welchen Wert die Korrelation annimmt, ergeben sich unterschiedliche Graphen.



In der Grafik siehst du die verschiedenen Portfoliokombinationen, die sich abhängig von der Korrelation der beiden Wertpapiere ergeben.

#### - perfekt positive Korrelation, $p_{1,2} = 1$

Die möglichen Portfolios liegen alle auf einer Gerade zwischen den beiden Wertpapieren

#### - perfekt negative Korrelation, $p_{1,2} = -1$

Die möglichen Portfolios können nun auf den 2 Strecken zwischen den 3 Punkten A, B und dem Schnittpunkt mit der  $\mu$ -Achse liegen. Der Schnittpunkt mit der  $\mu$ -Achse ist die Rendite, die ohne jegliches Risiko erzielt wird. Perfekt negative Korrelation ist ein Sonderfall, da das Risiko vollständig eliminiert werden kann. Der Schnittpunkt mit der  $\mu$ -Achse sollte dem risikolosen Zins entsprechen.

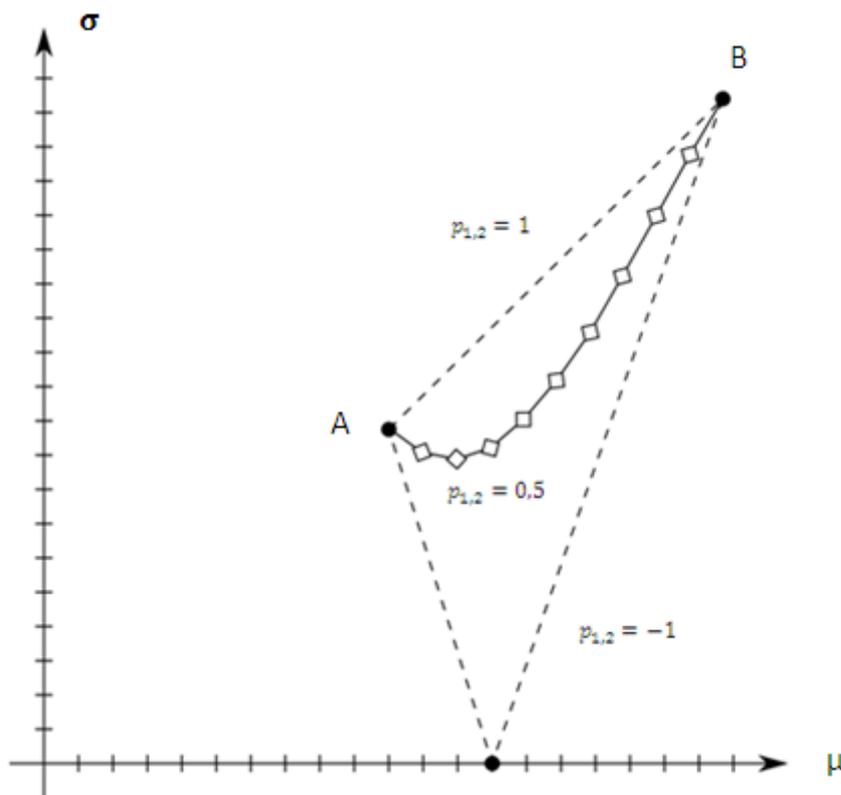
### - Diverse andere Korrelationen, $-1 < \rho_{1,2} < 1$

Alle anderen Portfolios erzeugen Linien, die von Wertpapier A zu Wertpapier B gehen und dabei mehr oder weniger stark geschwungen sind.

## 5.7 Das optimale Portfolio

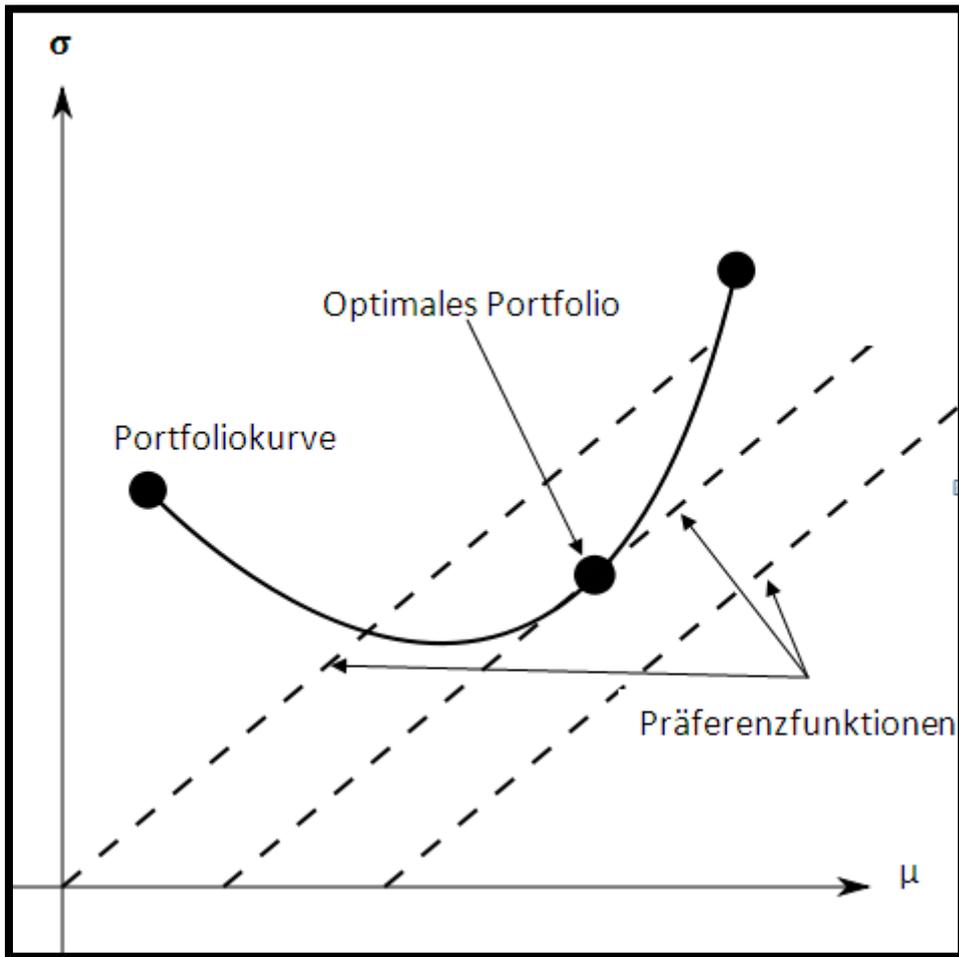
Für einen risikoscheuen Investor ist es natürlich erstrebenswert, ein Portfolio zu realisieren, das bei gegebener Rendite das geringste Risiko oder bei gegebenem Risiko die höchste Rendite hat.

Werfen wir nochmal einen Blick auf die Grafik der möglichen Kombinationsmöglichkeiten zweier Wertpapiere:



Für eine Korrelation von -1 sind alle Portfolios dem Schnittpunkt mit der  $\mu$ -Achse und Wertpapier B für einen risikoscheuen Investor interessant. Die Portfolios, die zwischen A und dem Schnittpunkt mit der  $\mu$ -Achse liegen sind für ihn unvorteilhaft, da es immer ein Portfolio gibt, das eine höhere Rendite bei gleichem Risiko bietet. Ein Portfolio ist also „interessant“, wenn es kein Portfolio gibt, das im Koordinatenkreuz weiter unten und gleichzeitig weiter rechts liegt (Dies gilt nur für einen risikoscheuen Investor).

Zeichnet man nun in das Koordinatensystem die Präferenzfunktion des Investors ein, so ergibt sich das optimale Portfolio aus dem Tangentialpunkt der Präferenzfunktion und allen „interessanten“ bzw. effizienten Portfolios.



### Das risikominimale Portfolio

Ist die Korrelation gegeben, so kann auch das Mischverhältnis der Wertpapiere berechnet werden, für das das Risiko des Portfolios minimal wird. In Klausuraufgaben wird oft nach dem risikominimalen Mischverhältnis zweier Wertpapiere mit vollständig negativer Korrelation gefragt. Dieses Risiko ist immer Null und das Mischverhältnis errechnet sich wie folgt:

$$\sigma_{1,2}^2 = (x_1^2 * \sigma_1^2) + (x_2^2 * \sigma_2^2) - 2 * x_1 \sigma_1 * x_2 \sigma_2 = (x_1 \sigma_1 - x_2 \sigma_2)^2$$

Wobei  $x_i$  die prozentuale Gewichtung des jeweiligen Wertpapiers angibt.

Da gelten muss:

$$(x_1 \sigma_1 - x_2 \sigma_2)^2 = 0$$

und

$$x_2 = 1 - x_1$$

folgt

$$x_1 \sigma_1 = (1 - x_1) \sigma_2$$

Aufgelöst nach  $x_1$ :

$$x_1 \sigma_1 + x_1 \sigma_2 = \sigma_2$$

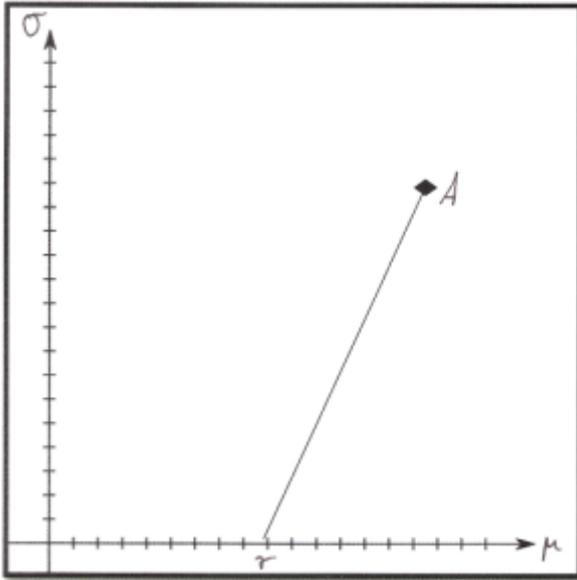
$$x_1 (\sigma_1 + \sigma_2) = \sigma_2$$

$$x_1 = \frac{\sigma_2}{(\sigma_1 + \sigma_2)}$$

$$x_2 = 1 - x_1$$

**Kombination des optimalen Portfolios mit dem risikolosen Zins**

Kombiniert man ein Portfolio aus risikobehafteten Wertpapieren mit einer risikolosen Anlage, so ergibt sich eine gerade Linie zwischen den beiden Anlagen.

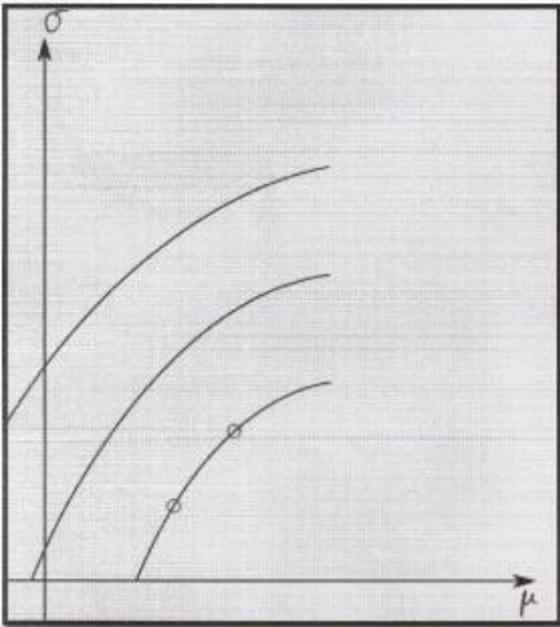


### Aufgaben zu 5.0

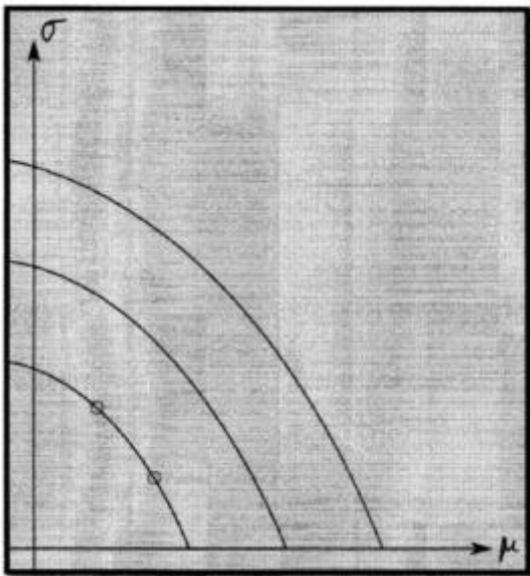
#### Aufgabe 5.1

Gegeben seien folgende Indifferenzkurven:

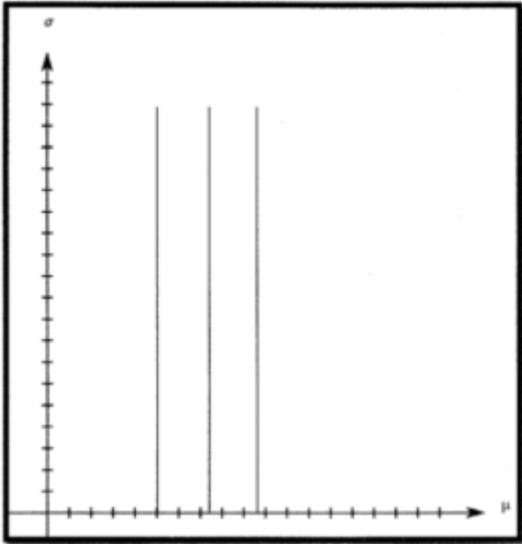
a)



b)



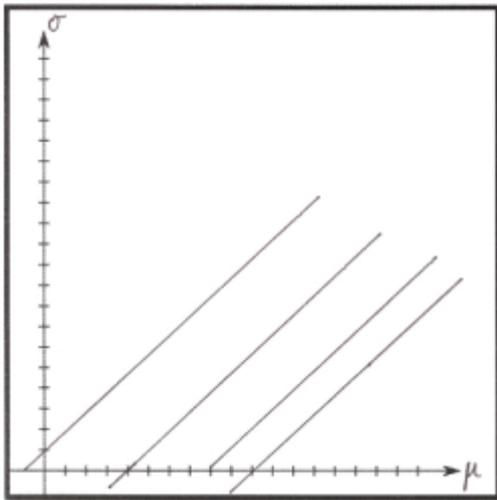
c)



Gib zu jeder Grafik an, ob die Kurve Risikofreude, Risikoneutralität oder Risikoscheue darstellt.

### Aufgabe 5.2

Gegeben seien folgende Indifferenzkurven:



Gib für folgende einfache Chance das Sicherheitsäquivalent an: Der Entscheider erhält zu 40% 10€ und zu 60% 20€.

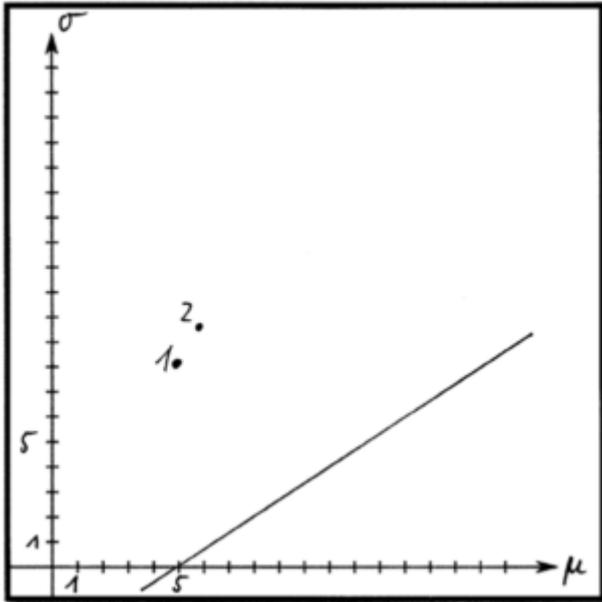
**Aufgabe 5.3**

Einem Entscheider stehen 2 Handlungsalternativen offen:

Alternative 1 hat einen Erwartungswert von 5 und eine Standardabweichung von 8.

Alternative 2 hat einen Erwartungswert von 6 und eine Standardabweichung von 9,5.

Das Entscheidungsverhalten des Entscheiders wird durch folgende Indifferenzlinie gekennzeichnet:



Für welche Alternative entscheidet er sich?

**Aufgabe 5.4**

Gegeben seien folgende Handlungsalternativen:

Umweltzustand (p=...)	0,1	0,3	0,4	0,2
Alternative A	5	8	4	-2
Alternative B	1	2	0	15
Alternative C	-3	-4	-10	50

a) Wie entscheidet sich ein risikoneutraler Entscheider?

b) Wie entscheidet sich ein Entscheider mit einer Präferenzfunktion von

$$\Phi(\mu_i, e_i^{min}) = 2\mu - \sigma$$

c) Impliziert die Präferenzfunktion aus b) Risikofreude, -scheue oder neutralität?

**Aufgabe 5.5**

Gegeben seien die Standardabweichungen und Erwartungswerte der folgenden Wertpapiere:

	Erwartungswert	Standardabweichung
Wertpapier A	4	6
Wertpapier B	5	7
Wertpapier C	6	9
Wertpapier D	7	8

a) Ein risikoscheuer Anleger, der in eines oder mehrere Wertpapiere investieren möchte, und sich nach dem  $\mu$ - $\sigma$ -Prinzip richtet, will im Voraus eine Auswahl treffen. Ist es möglich, eines oder mehrere Wertpapiere auszuschließen?

b) Angenommen, der risikoscheue Anleger kann nur in eines der Wertpapiere investieren. Ist es möglich, eines oder mehrere Wertpapiere auszuschließen?

**Aufgabe 5.6**

Gegeben sind 2 Wertpapiere mit den folgenden Parametern:

	Erwartungswert	Standardabweichung
Wertpapier A	4	6
Wertpapier B	5	7

Die Korrelation der beiden Wertpapiere sei  $-1$ .

- Wie hoch ist das Risiko des risikominimalen Portfolios?
- Ermittle die Gewichtung der Wertpapiere, für die das Risiko des Portfolios minimal wird.

**Aufgabe 5.7**

Gegeben seien 3 Wertpapiere mit den folgenden Renditewahrscheinlichkeitsverteilungen (Angaben in %):

Umweltzustand ( $P = \dots$ )	0,25	0,3	0,2	0,25
Wertpapier A	6	5	4	2
Wertpapier B	8	4	2	0
Wertpapier C	10	6	0	-3

- Berechne die erwarteten Renditen der einzelnen Wertpapiere.
- Berechne die Standardabweichung von Wertpapier C.
- Berechne Erwartungswert und Standardabweichung eines Portfolios, das zu 50% aus Wertpapier A und zu 50% aus Wertpapier B besteht.
- Berechne den Korrelationskoeffizienten zwischen Wertpapier A und B.
- Interpretiere kurz, inwieweit ein Korrelationskoeffizient von  $+0,94$  zur Diversifikation eines Portfolios beiträgt (gut, schlecht und warum).

**Aufgabe 5.8**

Gegeben seien 2 Wertpapiere mit folgenden Parametern:

	Erwartungswert	Standardabweichung
Wertpapier A	5	3
Wertpapier B	5	20

Ein risikoneutraler Anleger muss sich zwischen den beiden Wertpapieren entscheiden. Welches sollte er wählen?

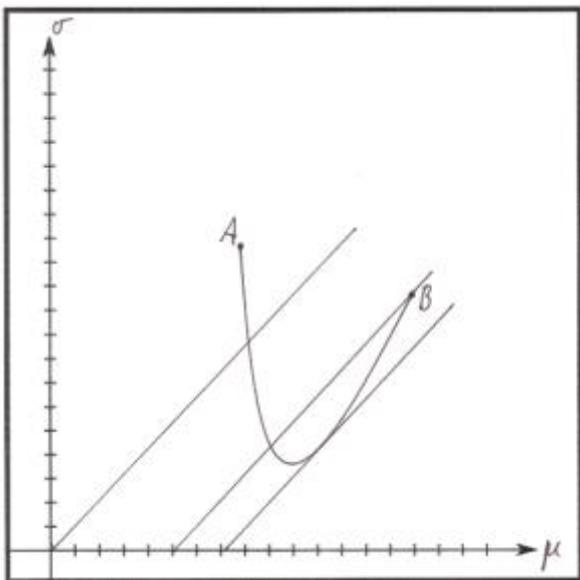
**Aufgabe 5.9**

Ein Anleger hat die Präferenzfunktion

$$\Phi = 5 + 2\mu - \sigma$$

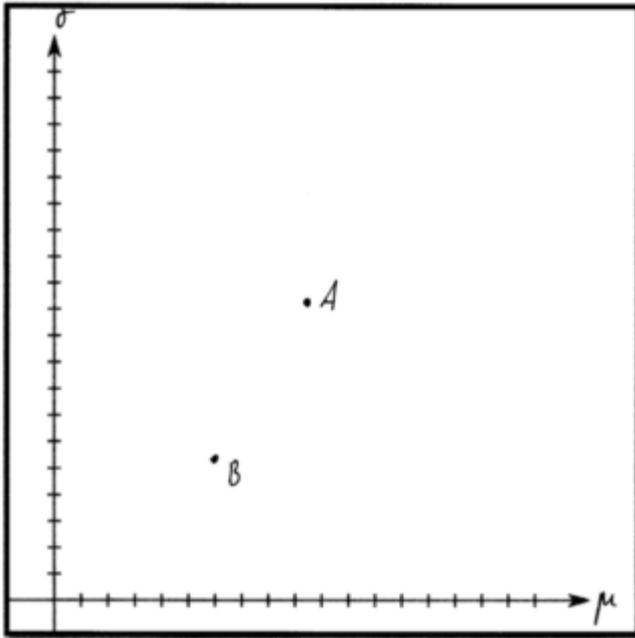
Gegeben sei folgende Effizienzlinie von verschiedenen Portfolios.

- Welches Portfolio ist für den Anleger optimal?
- Bestimme aus der Grafik das Sicherheitsäquivalent zu dem Portfolio.
- Welches Portfolio würde ein risikoneutraler Anleger realisieren?
- Bestimme aus der Grafik das Sicherheitsäquivalent eines risikoneutralen Investors.



**Aufgabe 5.10**

Gegeben seien zwei Wertpapiere mit den folgenden Parametern:



Der risikolose Zins betrage 8%. Dieser sei auch durch Kombination der beiden Wertpapiere im Fall perfekt negativer Korrelation zu erzielen.

- Zeichne die Effizienzlinie für perfekt positive und für perfekt negative Korrelation ein.
- Welches Portfolio würde ein risikoscheuer Anleger im Fall perfekt negativer Korrelation realisieren?
- Welches Portfolio würde ein risikofreudiger Anleger im Fall perfekt negativer Korrelation realisieren?

**Aufgabe 5.11**

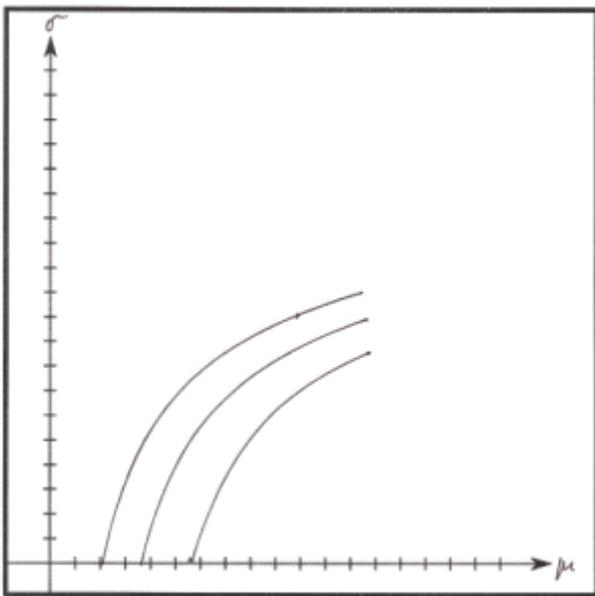
Ein Portfolio besteht zu 60% aus Wertpapier A und zu 40% aus Wertpapier B. Weiter sind folgende Werte gegeben:

	Erwartungswert	Standardabweichung
Wertpapier A	5	7
Wertpapier B	10	15

- Berechne den Erwartungswert des Portfolios.
- Berechne die Standardabweichung des Portfolios für einen Korrelationskoeffizienten von  $-0,5$ .
- Ein Investor hat die Präferenzfunktion  $\Phi = \mu - \sqrt{\sigma}$ . Für welche Aktie würde er sich entscheiden, wenn er nur eine wählen kann?

**Aufgabe 5.12**

Folgende Indifferenzkurven beschreiben die Präferenzen eines Glücksspielers.



Dem Spieler wird ein Spiel angeboten, bei dem er zu 50% 20€ gewinnt und zu 50% nichts gewinnt. Bestimme das entsprechende Sicherheitsäquivalent, das sich aus den Indifferenzkurven des Spielers ergibt.

**Aufgabe 5.13**

Gegeben sei folgende Ergebnismatrix:

Wertpapier \ Umweltzustand ( $P = \dots$ )	0,2	0,45	0,35
Wertpapier 1	5	10	20
Wertpapier 2	25	0	5
Wertpapier 3	5	25	0
Wertpapier 4	25	0	10

Gib zu jedem Wertpapier an, welche Wertpapiere von ihm dominiert werden, und gib an, aufgrund welcher Dominanzbeziehungen diese dominiert werden (mehrfache Dominanzbeziehungen möglich).

**Aufgabe 5.14**

Gegeben seien zwei Wertpapiere mit folgenden Eigenschaften:

Erwartungswert Wertpapier A: 0,05

Erwartungswert Wertpapier B: 0,1

Standardabweichung Wertpapier B > Standardabweichung Wertpapier A

Das varianzminimale Portfolio hat eine erwartete Rendite von 8%.

Welchen prozentualen Betrag seines Portfolios sollte ein risikoscheuer Investor maximal in Wertpapier A investieren?

**Aufgabe 5.15**

Gegeben seien die folgenden Alternativen  $a_1, a_2, a_3$ , die in den gegebenen Umweltzuständen  $s_1, s_2, s_3$  zu folgenden Ergebnissen führen:

	$s_1 (p = 0,2)$	$s_2 (p = 0,5)$	$s_3 (p = 0,3)$	$\mu_i$	$\sigma_i$
$a_1$	5	15	20	14,5	4,92
$a_2$	10	30	15	21,5	8,67
$a_3$	15	20	25	20,5	

- Berechne die Standardabweichung von  $a_3$ .
- Welche Alternative sollte von einem risikoscheuen Entscheider gemieden werden?
- Ein Entscheider verfügt über die Präferenzfunktion

$$\Phi(\mu_i, \sigma_i) = \mu_i - 0,1\sigma_i^2$$

Berechne die Präferenzwerte der drei Alternativen.

**Aufgabe 5.16**

Gegeben seien 2 Wertpapiere A und B mit folgenden Merkmalen:

Erwartungswert A: 5%

Erwartungswert B: 8%

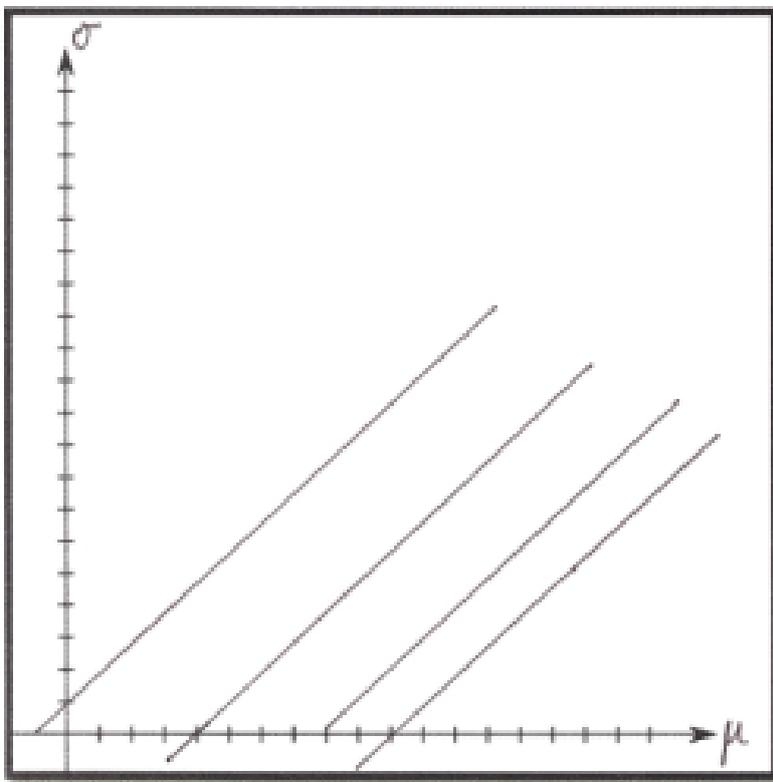
Risiko A: 10%

Risiko B: 12%

- Ein Portfolio, das zur Hälfte aus A und zur Hälfte aus B besteht, hat ein Risiko von 11%. Was sagt das über den Korrelationskoeffizienten aus?
- Angenommen das 50/50 Portfolio hat ein Risiko unter 11%, was sagt das über den Korrelationskoeffizienten aus?
- Angenommen das 50/50 Portfolio hat ein Risiko von 0, was sagt das über den Korrelationskoeffizienten aus?

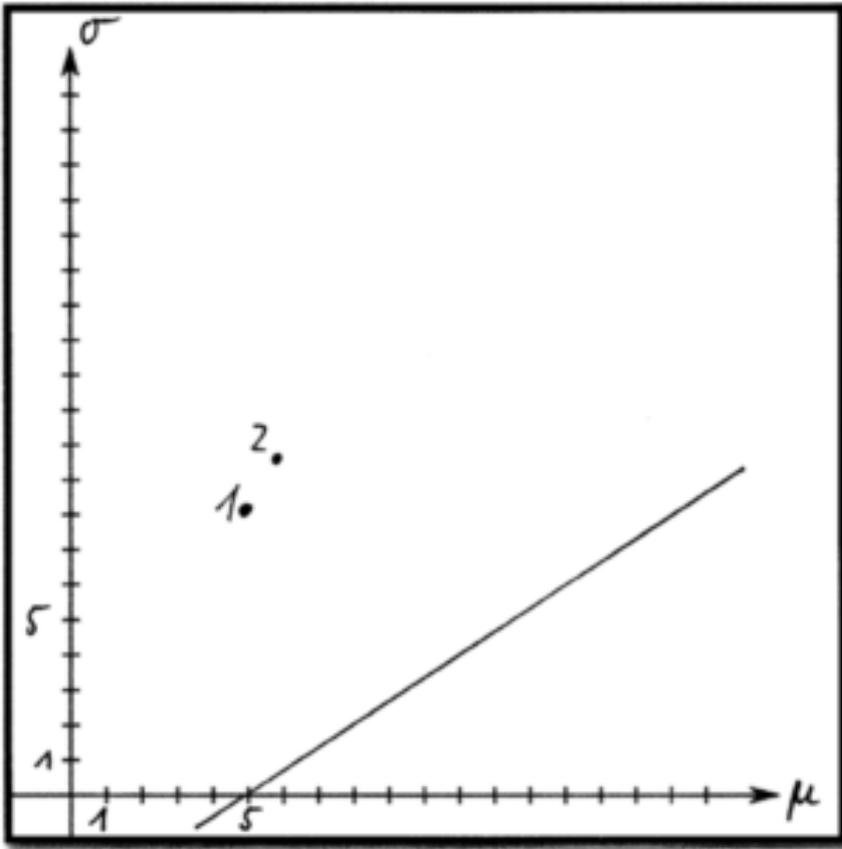
**Lösungen zu 5.0****Lösung zu 5.1**

- a) Risikoscheue
- b) Risikofreude
- c) Risikoneutralität

**Lösung zu 5.2**

Das Spiel hat die Parameter  $\mu = 16$  und  $\sigma = 4,9$ . Das Sicherheitsäquivalent ist der Schnittpunkt der Präferenzfunktion, die durch diesen Punkt hindurchgeht, mit der  $\mu$ -Achse. In diesem Fall ist dies  $\mu = 10$ . Das Sicherheitsäquivalent beträgt also 10.

## Lösung zu 5.3



Die Alternative 1 hat die höhere Präferenz und sollte gewählt werden. Das sieht man, indem man die Präferenzfunktion so verschiebt, dass eine durch 1 und eine durch 2 hindurchgeht. Die Präferenzfunktion, die durch 1 hindurchgeht liegt weiter rechts/unten.

**Lösung zu 5.4**

a) Der risikoneutrale Entscheider wählt immer die Alternative mit dem höchsten Erwartungswert.

Die Erwartungswerte betragen

Erwartungswert Alternative A: 4,1

Erwartungswert Alternative B: 3,7

Erwartungswert Alternative C: 4,5

Alternative C hat den höchsten Erwartungswert.

b) Zunächst müssen die Standardabweichungen berechnet werden.

Ich werde das beispielhaft für Alternative A durchführen:

Eintrittswahrscheinlichkeit	0,1	0,3	0,4	0,2
Alternative A	5	8	4	-2
Mittelwert	4,1	4,1	4,1	4,1
Diff. zum Mittelwert	0,9	3,9	-0,1	-6,1
...quadriert	0,81	15,21	0,01	37,21
gewichtet mit der Wkt.	0,081	4,563	0,004	7,442

Die Summe der letzten Zeile ist die Varianz. Die Standardabweichung ist die Wurzel aus der Varianz.

Man erhält eine Standardabweichung von 3,48.

Für B und C erhält man entsprechend 5,71 und 22,92.

Eingesetzt in die Präferenzfunktion erhält man:

$$\text{Für A: } 2 * 4,1 - 3,48 = 4,72$$

$$\text{Für B: } 2 * 3,7 - 5,71 = 1,69$$

$$\text{Für C: } 2 * 4,5 - 22,92 = -13,92$$

A hat die höchste Präferenz.

c) Der Entscheider ist risikoscheu, da ein höheres Risiko seinen Präferenzwert verringert.

**Lösung zu 5.5**

a) Ohne die genaue Nutzenfunktion des Anlegers und die Korrelationen der Wertpapiere untereinander zu kennen, kann kein Wertpapier ausgeschlossen werden.

b) Ohne die Nutzenfunktion zu kennen, kann für einen risikoscheuen Anleger nur das Wertpapier C ausgeschlossen werden, da das Wertpapier D eine höhere erwartete Rendite und eine niedrigere Standardabweichung besitzt.

**Lösung zu 5.6**

a) Die Standardabweichung des risikominimalen Portfolios für eine Korrelation von -1 ist immer Null.

b) Für eine Korrelation von -1 berechnet sich Gewichtung der Wertpapiere im risikominimalen Portfolio nach der Formel:

$$x_1 = \frac{\sigma_2}{(\sigma_1 + \sigma_2)}$$

und entsprechend

$$x_2 = 1 - x_1$$

Man erhält:

$$x_1 = \frac{7}{(6 + 7)} = 0,54$$

$$x_2 = 0,46$$

**Lösung zu 5.7**

a) Die Renditen müssen mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten gewichtet und dann summiert werden. Für Wertpapier A ergibt sich:

$$6 * 0,25 + 5 * 0,3 + 4 * 0,2 + 2 * 0,25 = 4,3$$

Für Wertpapier B ergibt sich entsprechend 3,6 und für Wertpapier C 3,55.

b) Zunächst berechnet man die Varianz:

Wahrscheinlichkeit	0,25	0,3	0,2	0,25
Wertpapier C	10	6	0	-3
Mittelwert	3,55	3,55	3,55	3,55
Abweichung	6,45	2,45	-3,55	-6,55
...quadriert	41,60	6,00	12,60	42,90
gewichtet mit der Wkt.	10,40	1,80	2,52	10,73

Die Summe der gewichteten quadrierten Abweichungen ist die Varianz. Die Standardabweichung ist die Wurzel aus der Varianz.

Damit erhält man einen Wert von 25,45 für die Varianz und einen Wert von 5,04 für die Standardabweichung.

c) Man berechnet zunächst die Rendite des Portfolios und dann die erwartete Rendite und Standardabweichung, wie für jedes andere Wertpapier auch.

Wahrscheinlichkeit	0,25	0,3	0,2	0,25
Portfolio	7	4,5	3	1
Mittelwert	3,95	3,95	3,95	3,95
Abweichung	3,05	0,55	-0,95	-2,95
...quadriert	9,30	0,30	0,90	8,70
gewichtet mit der Wkt.	2,33	0,09	0,1805	2,18

Es ergibt sich ein Erwartungswert von 3.95, eine Varianz von 4,77 und eine Standardabweichung von 2,18.

d) Zunächst muss die Kovarianz berechnet werden:

$$Cov(X, Y) = \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^r (x_j - \bar{x}) * (y_k - \bar{y}) * f(x_j, y_k)$$

Die Mittelwerte der Wertpapiere A und B sind mit 4,3 und 3,6 aus Aufgabe a) bekannt.

Die Berechnung der Kovarianz ist in einzelnen Rechenschritten der folgenden Tabelle zu entnehmen:

Wahrscheinlichkeit	0,25	0,3	0,2	0,25
Wertpapier A	6	5	4	2
Wertpapier B	8	4	2	0
Mittelwert A	4,3	4,3	4,3	4,3
Mittelwert B	3,6	3,6	3,6	3,6
Abweichung A	1,7	0,7	-0,3	-2,3
Abweichung B	4,4	0,4	-1,6	-3,6
Produkt Abweichungen	7,48	0,28	0,48	8,28
gewichtet mit Wkt.	1,87	0,08	0,10	2,07

Die Summe der letzten Zeile ist die Kovarianz von 4,12.

Der Korrelationskoeffizient berechnet sich nach der Formel:

$$\rho_{1,2} = \frac{Cov_{1,2}}{\sigma_1 * \sigma_2}$$

Die Standardabweichungen der Wertpapiere A berechnet man analog zu Aufgabe b) und erhält:

$$\sigma_A = 1,49$$

$$\sigma_B = 2,94$$

Eingesetzt in die Formel für den Korrelationskoeffizienten erhält man:

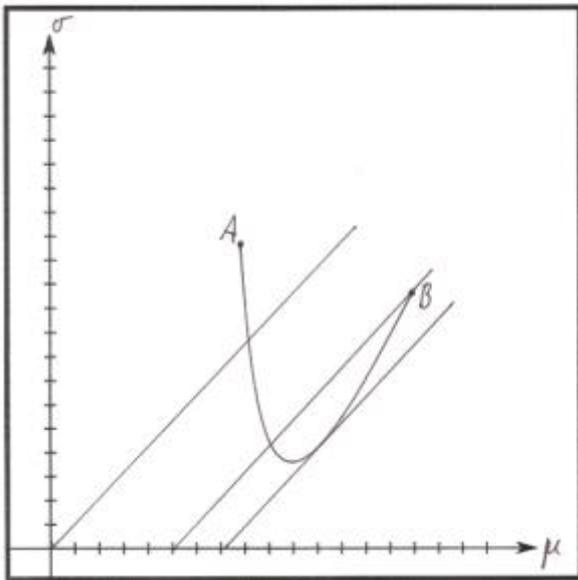
$$\rho_{1,2} = \frac{4,12}{1,49 * 2,94} = 0,94$$

**Tipp:** Bekommst du einen Korrelationskoeffizienten über 1 oder unter -1 raus, hast du dich verrechnet!

e) Ein Korrelationskoeffizient von 0,94 trägt schlecht zur Diversifikation bei, da beide Wertpapiere fast gleich steigen und fallen.

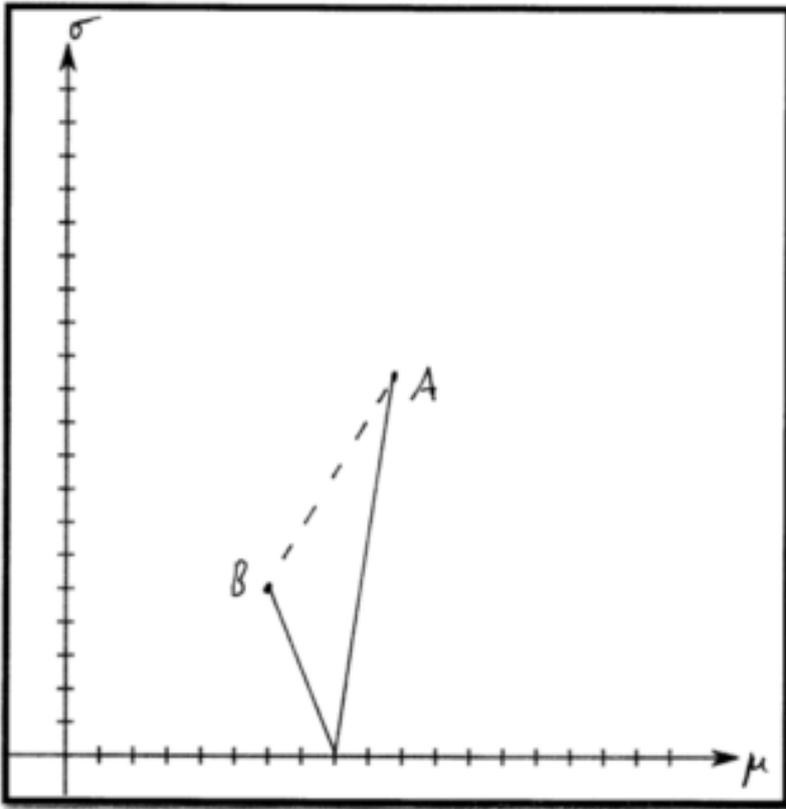
**Lösung zu 5.8**

Da der Anleger risikoneutral ist, entscheidet er sich nur nach Erwartungswert. Daher kann er in diesem Fall keine Entscheidung treffen.

**Lösung zu 5.9**

- a) Der Tangentialpunkt auf Präferenzfunktion und Portfoliolinie ist für den Investor optimal.
- b) Das Sicherheitsäquivalent dieser Präferenzfunktion ist der Schnittpunkt mit der  $\mu$ -Achse, also ca. 7.
- c) Der risikoneutrale Investor richtet sich nur nach dem Erwartungswert. Er wird daher das Wertpapier B realisieren, da dieses den höchsten Erwartungswert hat
- d) siehe c) Das Sicherheitsäquivalent des risikoneutralen Investors entspricht dem Erwartungswert.

## Lösung zu 5.10



- a) Durchgezogene Linie: Perfekt negative Korrelation. Gestrichelte Linie: Perfekt positive Korrelation.
- b) Welches Portfolio ein risikoscheuer Anleger realisieren würde, hängt von seiner konkreten Präferenzfunktion ab.
- c) Das Portfolio würde nur aus Wertpapier A bestehen, da dieses den höchsten Erwartungswert und das höchste Risiko besitzt.

**Lösung zu 5.11**

a) Der Erwartungswert ist einfach das gewogene Mittel der beiden Erwartungswerte:

$$0,6 * 5 + 0,4 * 10 = 7$$

b) Die Varianz des Portfolios berechnet sich nach:

$$\sigma_{1,2}^2 = (x_1^2 * \sigma_1^2) + (x_2^2 * \sigma_2^2) + 2 * x_1 \sigma_1 * x_2 \sigma_2 * \rho_{1,2}$$

$$\sigma_{1,2}^2 = 0,6^2 * 7^2 + 0,4^2 * 15^2 + 2 * 0,6 * 7 * 0,4 * 15 * (-0,5) = 28,44$$

Die Standardabweichung ist die Wurzel aus der Varianz und ergibt sich zu 5,33.

c) Die Werte für den Erwartungswert und die Standardabweichung müssen in die Präferenzfunktion eingesetzt werden.

Für Wertpapier A ergibt sich ein Wert von  $5 - \sqrt{7} = 2,35$

Für Wertpapier B ergibt sich ein Wert von  $10 - \sqrt{15} = 6,13$

B hat die höhere Präferenz.

**Lösung zu 5.12**

Der Erwartungswert des Spiels ist 10. Die Standardabweichung berechnet man leicht zu 10. Man nutzt also zur Ermittlung des Sicherheitsäquivalentes die Indifferenzkurve, die durch den Punkt 10/10 geht. Für  $\sigma = 0$  besteht kein Risiko mehr (Sicherheit). Der Wert des Sicherheitsäquivalentes ist also der Schnittpunkt der Indifferenzkurve mit der X-Achse.

Der Wert des Sicherheitsäquivalentes ist damit 2.

**Lösung zu 5.13**

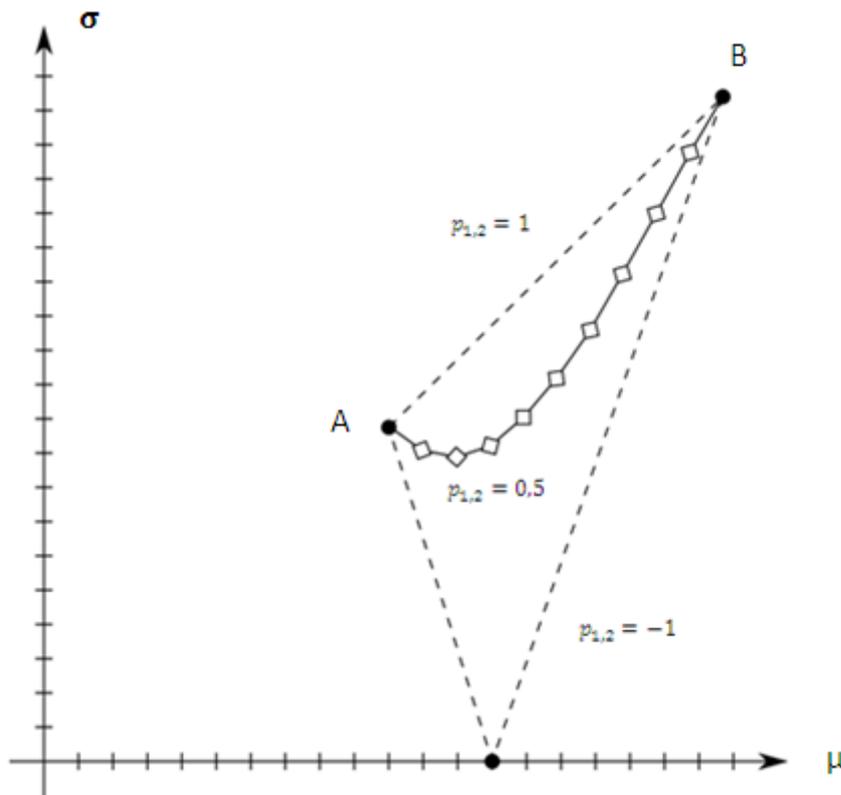
Zur Beantwortung dieser Aufgaben solltest du die Tabelle umstellen, sodass in der obersten Zeile die Ergebnisse stehen und die Wahrscheinlichkeiten in der Tabelle. Dies hilft bei der Bewertung nach der Wahrscheinlichkeitsdominanz.

Wertpapier\Ergebnis	25	20	10	5	0
Wertpapier 1	0	0,35	0,45	0,2	0
Wertpapier 2	0,2	0	0	0,35	0,45
Wertpapier 3	0,45	0	0	0,2	0,35
Wertpapier 4	0,2	0	0,35	0	0,45

- Wertpapier 1 dominiert keines der anderen Wertpapiere.
- Wertpapier 2 dominiert keines der anderen Wertpapiere.
- Wertpapier 3 dominiert Wertpapier 2 aufgrund der Wahrscheinlichkeitsdominanz.
- Wertpapier 4 dominiert Wertpapier 2 aufgrund der Wahrscheinlichkeitsdominanz und der Zustandsdominanz.

**Lösung zu 5.14**

Diese Aufgabe ist etwas schwieriger. Betrachte zur Lösung folgende allgemeine Grafik zu einem Portfolio aus zwei Wertpapieren:



Das Wertpapier A hat eine geringere Rendite und geringere Standardabweichung als Wertpapier B. Für einen risikoscheuen Investor kommen nur Portfolios in Frage, die zwischen dem risikominimalen Portfolio und Wertpapier B liegen. Der maximale prozentuale Anteil am Wertpapier A wird also im varianzminimalen Portfolio realisiert. Da die Rendite des varianzminimalen Portfolios bekannt ist, kann auch der Anteil des Wertpapiere A berechnet werden:

$$0,08 = w * 0,05 + (1 - w) * 0,1$$

wobei  $w$  den prozentualen Anteil am Wertpapier A bezeichnet.

Auflösen nach  $w$  ergibt:

$$w = 40\%.$$

**Lösung zu 5.15**

a) Die Formel für die Varianz lautet:

$$\tilde{s}^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 * f(x_i)$$

Die Standardabweichung beträgt  $\tilde{s} = 3,5$ .

b) Alternative  $a_1$  hat einen niedrigeren Erwartungswert und höhere Standardabweichung als Alternative  $a_3$ . Alternative  $a_1$  sollte daher gemieden werden.

c) Hier musst du nur die Werte einsetzen.

$$\Phi(\mu_1, \sigma_1) = 14,5 - 0,1 * 4,92^2 = 12,08$$

$$\Phi(\mu_2, \sigma_2) = 21,5 - 0,1 * 8,67^2 = 13,2$$

$$\Phi(\mu_3, \sigma_3) = 20,5 - 0,1 * 3,5^2 = 19,28$$

**Lösung zu 5.16**

a) Er ist genau +1. Das Risiko entspricht dem (gewichteten) Mittelwert der beiden Wertpapierrisiken.

b) Ist der Korrelationskoeffizient kleiner als 1, so entstehen Diversifikationseffekte und das Risiko des Portfolios fällt unter den Mittelwert der (gewichteten) Wertpapierrisiken.

c) Das ist nur bei einem Korrelationskoeffizienten von -1 möglich. Die Risiken gleichen einander perfekt aus.

## 6.0 Das Bernoulli-Prinzip

Beim Bernoulli-Prinzip geht es darum, die Nutzenfunktion eines Investors zu bestimmen. Diese kennt ein Investor in den meisten Fällen nicht und sie muss ermittelt werden.

**Beispiel:** Du hast deinen Abschluss an der Fernuni gemacht und bekommst einen Job als Vermögensberater bei der deutschen Bank. Du besuchst deinen ersten Kunden, um sein Portfolio zu strukturieren und fragst ihn: „Wie ist ihre Risiko-Nutzen-Funktion?“

Es ist unwahrscheinlich, dass er mit:

$$\sqrt{e}$$

antwortet.

Um herauszufinden, welche Risiko-Nutzen-Funktion (RNF) der Investor hat, wird eine **Bernoulli Befragung** durchgeführt:

1) Im ersten Schritt werden zwei Ergebniswerte gewählt. Ein hoher ( $e^+$ ) und ein niedriger ( $e^-$ ). Diese Werte werden so gewählt, dass spätere Werte zwischen ihnen liegen.

2) Den Ergebniswerten werden dann Nutzenwerte zugeordnet:  $e^+ = 1$  und  $e^- = 0$ .

3) Nun wird dem Investor die Wahl gestellt zwischen einer sicheren Zahlung  $e$  und einer unsicheren Zahlung von  $e^+$  bzw.  $e^-$ . Dabei werden dem Investor die Wahrscheinlichkeiten für die entsprechenden Zahlungen genannt.

4) Nun wird die Wahrscheinlichkeit solange verändert, bis der Investor indifferent zwischen der sicheren Zahlung und der unsicheren Zahlung ist.

5) Die so bestimmte Wahrscheinlichkeit entspricht der RNF des sicheren Wertes.

$$u(e) = p * e$$

$u$  steht für die RNF.

$P$  steht für die Wahrscheinlichkeit, dass  $e^+$  eintritt.

6) Auf diese Weise werden nun sehr viele Zahlungen  $e$  und die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten bestimmt.

**Beispiel:**

Stelle dir vor, du besitzt ein Los, das morgen entweder zu 60% 1.000€ Gewinn oder zu 40% keinen Gewinn bringen wird. Ich biete dir 100 Euro für dieses Los. Verkaufst du? Ist die Antwort Nein, so stelle dir vor, das Los wird zu 55% 1.000 Euro Gewinn bringen und zu 45% wertlos sein. Verkaufst du jetzt? So findet man irgendwann die Wahrscheinlichkeit  $p^*$ , bei der du gerade bereit bist, für 100 Euro zu verkaufen. Dein Nutzen einer unsicheren Zahlung von 1.000€ entspricht dann

$$u(e) = p^* * 100$$

Nun variiert man die Zahlungsbeträge bis man genügend Werte hat, um einen Graphen zu zeichnen.

Die Bernoulli Methode zur Ermittlung der RNF setzt voraus, dass der Investor in einer hypothetischen Situation eine Entscheidung trifft, die seiner tatsächlichen Risiko-Nutzen Bewertung entspricht. Tatsächlich muss das nicht der Fall sein. Es werden bei der Befragung viele andere Faktoren ausgeblendet.

**Beispiel:** Ob du zu einem bestimmten Betrag verkaufst oder nicht, hängt unter anderem davon ab, zu welchem Betrag du das Los gekauft hast. Kannst du es mit Gewinn verkaufen, so wirst du wahrscheinlich viel eher verkaufen, als wenn du einen Verlust realisieren würdest.

Die RNF sollte also, nachdem sie erstellt wurde in mehreren Szenarien überprüft werden.

### Verlaufstypen der RNF und die zugrundeliegenden Risikoprofile

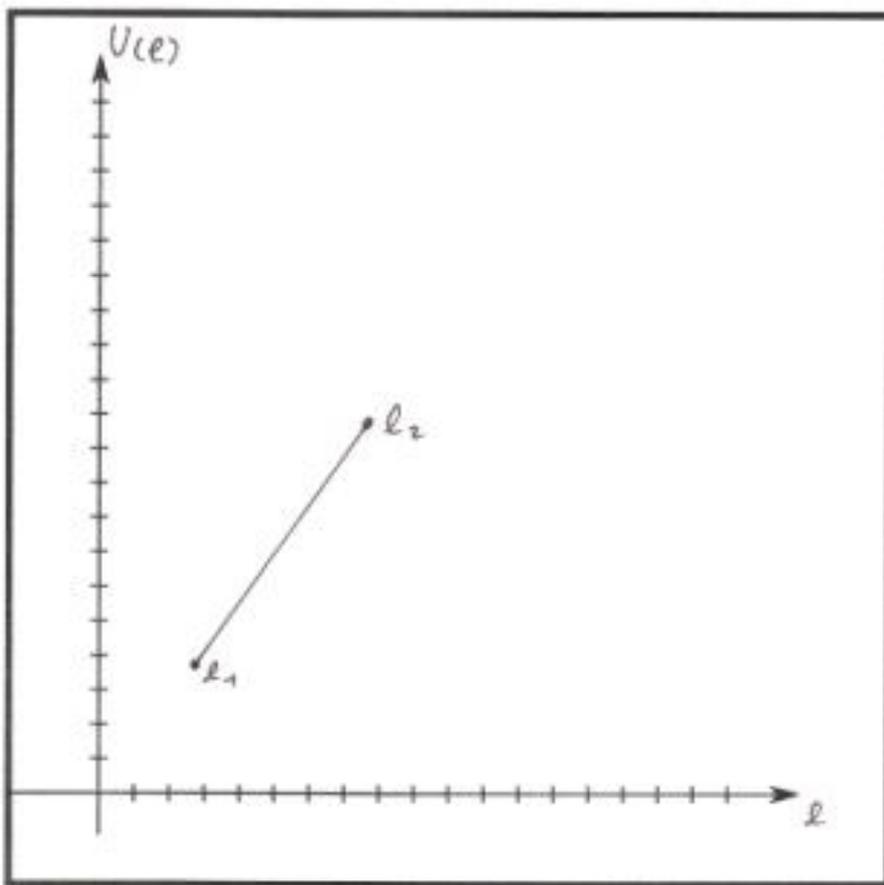
1) Der risikoneutrale Investor: Der Investor bewertet die unsichere Zahlung stets genau mit dem Erwartungswert. Welches Risiko mit der unsicheren Zahlung einhergeht ist für ihn nicht von Bedeutung.

**Beispiel:** Eine unsichere Zahlung von 100 Euro, die zu 50% eintritt, wird mit 50 Euro bewertet.

Eigenschaften der risikoneutralen RNF:

- Die RNF steigt linear.
- Sicherheitsäquivalent entspricht dem Erwartungswert.
- Die zweite Ableitung der RNF ist Null.

RNF des risikoneutralen Investors:



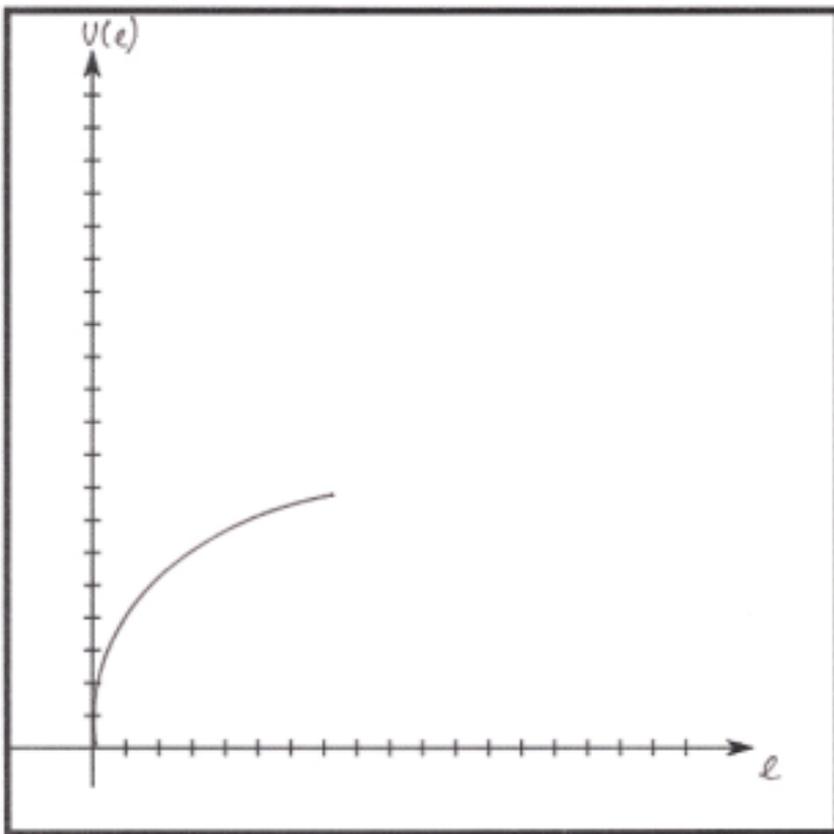
2) Der risikoscheue Investor: Der risikoscheue Investor bewertet eine sichere Zahlung höher als eine unsichere mit gleichhohem Erwartungswert.

**Beispiel:** Eine unsichere Zahlung von 100 Euro, die zu 50% eintritt, wird mit unter 50 Euro bewertet.

Eigenschaften der risikoscheuen RNF:

- Die RNF verläuft konkav (rechtsgekrümmt, degressiv steigend).
- Das Sicherheitsäquivalent ist kleiner als der Erwartungswert der unsicheren Zahlung.
- Die zweite Ableitung der RNF ist negativ.

RNF des risikoscheuen Investors:



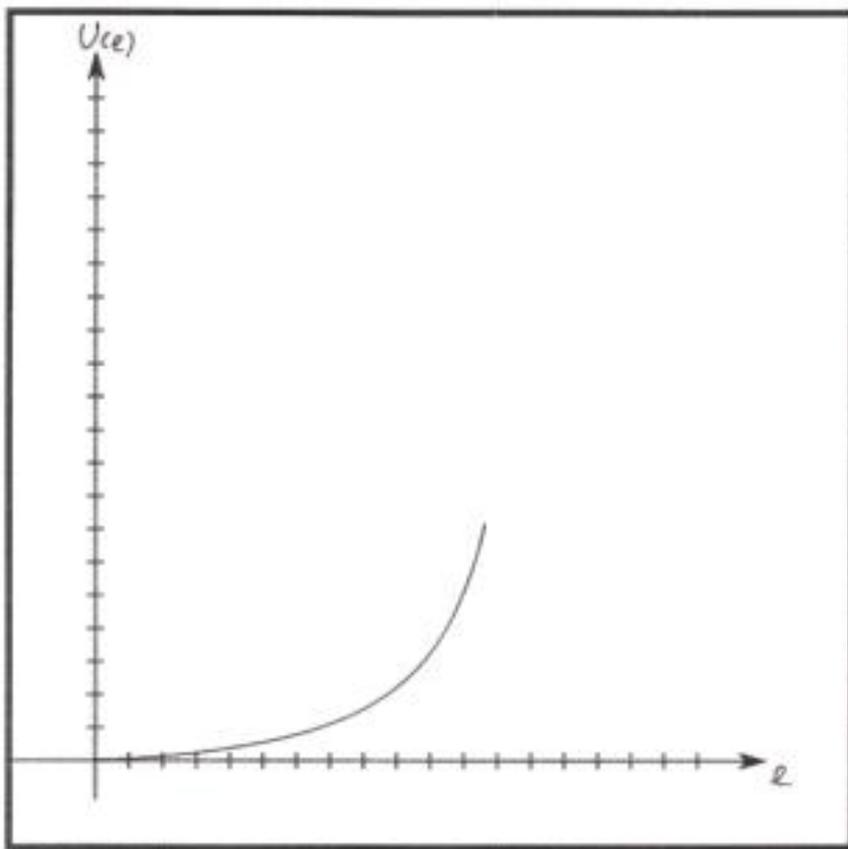
3) Der risikofreudige Investor: Der risikofreudige Investor ist bereit, für erhöhtes Risiko eine Prämie zu zahlen. Er bewertet eine unsichere Zahlung höher als eine sichere in Höhe des Erwartungswertes.

**Beispiel:** Eine unsichere Zahlung von 100 Euro, die zu 50% eintritt, wird mit über 50 Euro bewertet.

Eigenschaften der risikofreudigen RNF:

- Die risikofreudige RNF ist konvex (progressiv steigend, links gekrümmt)
- Das Sicherheitsäquivalent ist größer als der Erwartungswert der unsicheren Zahlung.
- Die zweite Ableitung der RNF ist positiv.

RNF des risikofreudigen Investors:



## Bestimmung des Sicherheitsäquivalents

### Rechnerische Bestimmung des Sicherheitsäquivalents

Bei der Bestimmung des Sicherheitsäquivalents eines Spiels muss man zunächst bestimmen ob es sich um eine lineare RNF, also einen risikoneutralen Entscheider, handelt oder nicht. Ist der Entscheider risikoneutral, so ist das Sicherheitsäquivalent des Spiels gleich dessen Erwartungswert.

**Beispiel:** Einem risikoneutralen Entscheider wird ein Spiel angeboten, bei dem er zu 40% 10€ gewinnt und zu 60% 20€. Für den risikolosen Entscheider ist das Sicherheitsäquivalent  $12 + 4 = 16€$ .

Ist der Entscheider nicht risikoneutral, so geht man folgendermaßen vor:

- Zunächst bestimmt man den Nutzen der Zahlungen gemäß der RNF des Entscheiders
- Dann berechnet man die sichere Zahlung, die denselben Nutzen hat.

**Beispiel:** Dasselbe Spiel, wie oben beim risikoneutralen Entscheider, wird einem Entscheider mit der RNF  $U(e) = e^2$  angeboten.

Der Nutzen ergibt sich gemäß:

$$U(e) = e^2 = 0,4 * 10^2 + 0,6 * 20^2 = 280$$

Daraus folgt:

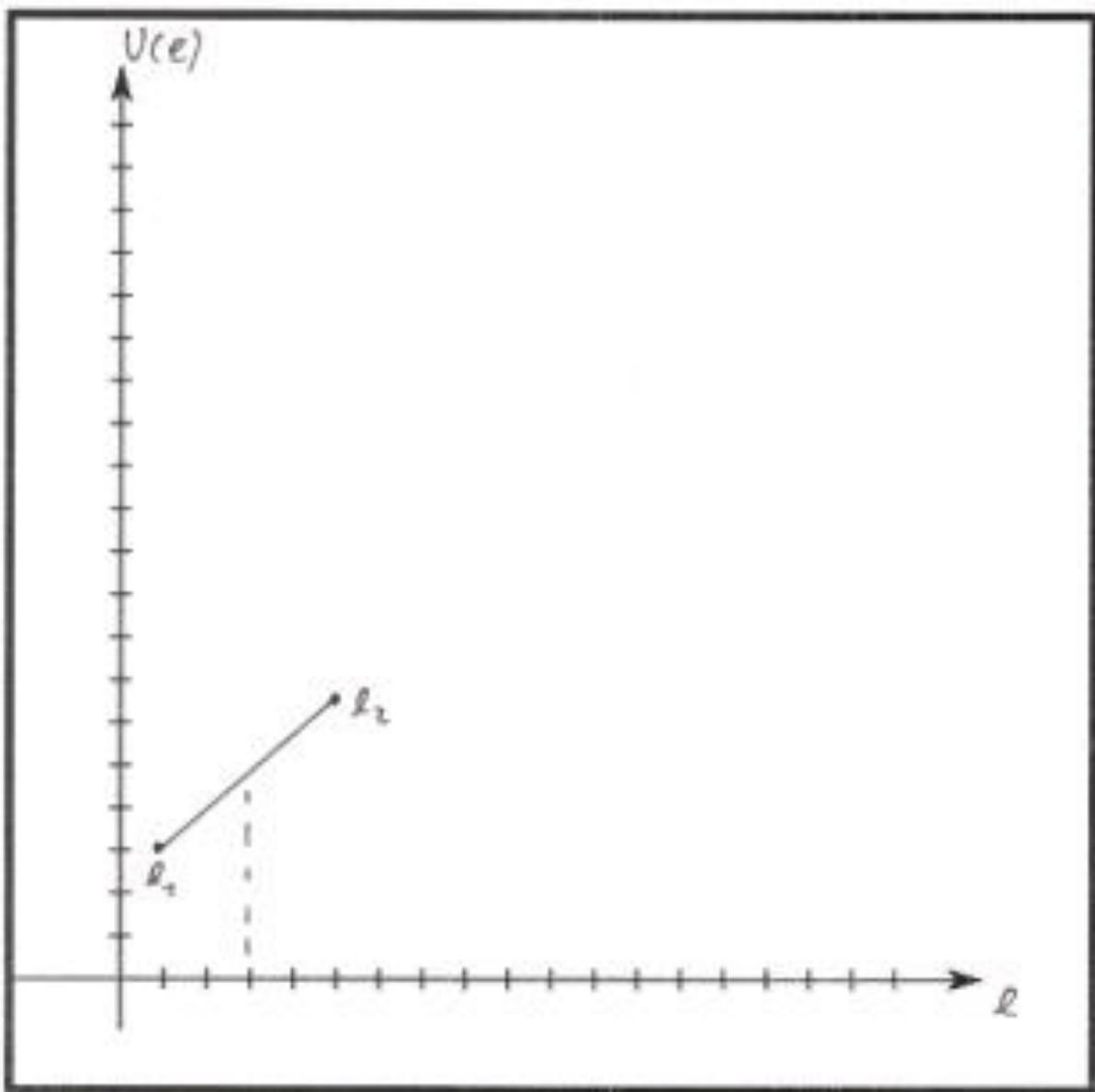
$$e = 16,73$$

Das Sicherheitsäquivalent des Entscheiders für dieses Spiel beträgt 16,73.

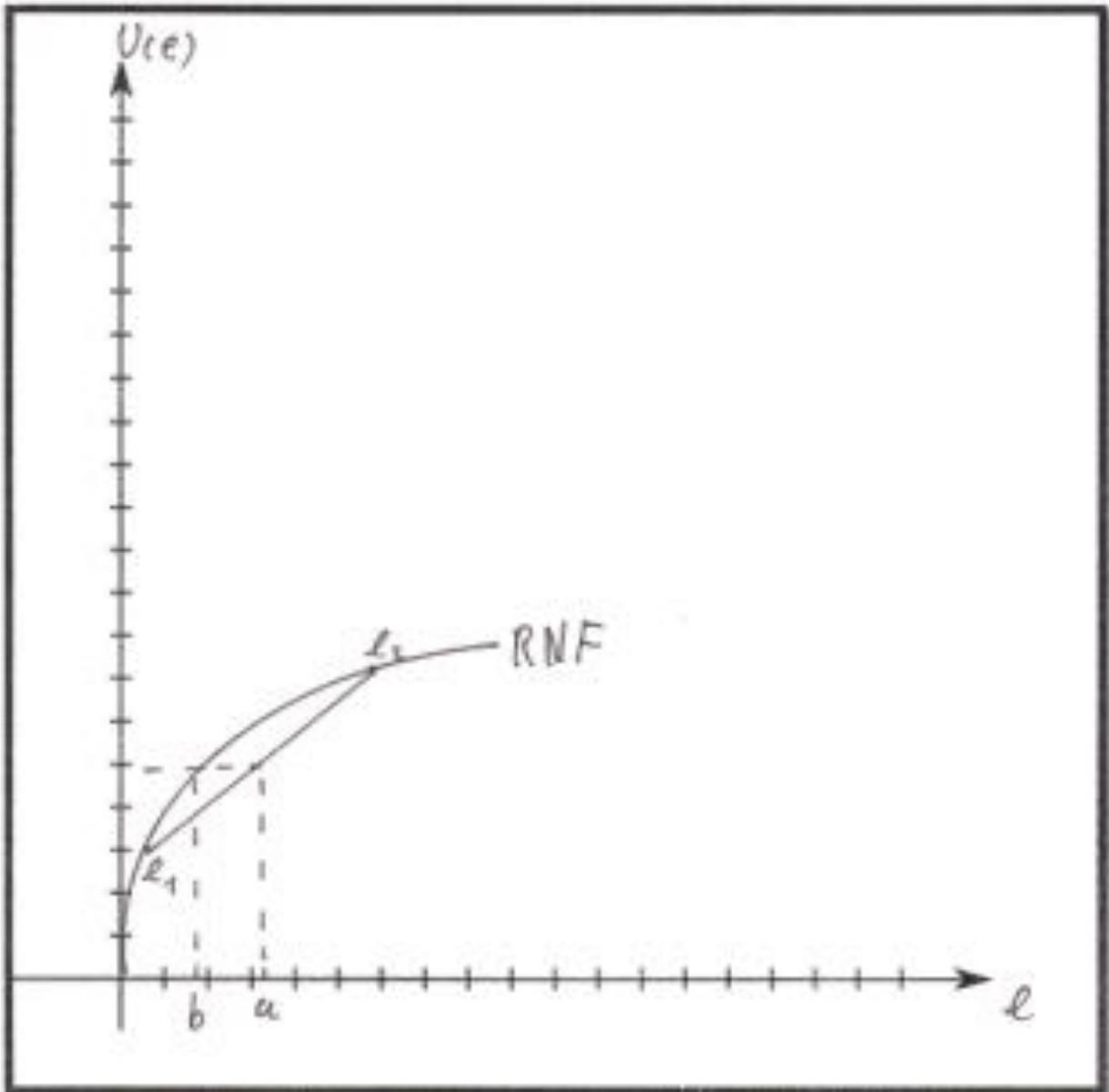
### Grafische Bestimmung des Sicherheitsäquivalents

Für die grafische Bestimmung des Sicherheitsäquivalents geht man in denselben Schritten vor wie bei der rechnerischen Bestimmung.

Zunächst bestimmt man das Sicherheitsäquivalent der beiden Zahlungen  $e_1$  und  $e_2$ . Dies findet man, indem man eine Gerade zwischen den beiden Strecken zeichnet und die Strecke im Verhältnis der Wahrscheinlichkeiten teilt (dies entspricht der Ermittlung des Erwartungswertes). Die Zahlung, die zu diesem Punkt gehört, ist das Sicherheitsäquivalent des risikoneutralen Entscheiders.



Für einen Entscheider, der nicht risikoneutral ist, ist nur die Zahlung gesucht, die denselben Nutzen hat, wie das Sicherheitsäquivalent des risikoneutralen Entscheiders. Man hält den Nutzen konstant und ändert die Zahlungen  $e$ , indem man sich vom Erwartungswert des Spiels parallel zur  $e$ -Achse bewegt bis man auf die RNF stößt. Die Zahlung, die zu diesem Schnittpunkt gehört, ist das Sicherheitsäquivalent des Entscheiders. Dies ist in der Grafik mit  $b$  gekennzeichnet.



## Die Axiome des Bernoulli-Prinzips

Das Bernoulli-Prinzip beruht auf vielen Annahmen über das Verhalten der Investoren. Diese Annahmen - auch Axiome genannt - sind die Basis für die Entscheidungsfindung eines Investors. Gelten die Axiome und verhält sich der Investor rational, dann handelt er nach dem Bernoulli-Prinzip.

### 1.Axiom: Ordinalprinzip

Der Investor ist in der Lage, Ergebnisse ordinal zu sortieren, also eine klare Rangfolge aufzustellen. Daraus folgt, dass die Ergebnisse **vergleichbar** sein müssen und **transitiv** (wenn  $e^1 > e^2$  und  $e^2 > e^3$  dann folgt zwingend:  $e^1 > e^3$ .)

### 2.Axiom: Dominanzprinzip

Bei 2 unsicheren Zahlungen, die sich nur in der Wahrscheinlichkeit unterscheiden, wird die Zahlung mit der höheren Wahrscheinlichkeit bevorzugt. (klingt kompliziert, aber für sowas muss man nicht unbedingt studieren: Nach diesem Axiom sollte man sich eher für eine Zahlung von 100€ zu 60% entscheiden, als für eine Zahlung von 100€ zu 10%!)

Man kann die Zahlungen auch erweitern auf eine positive Zahlung  $e^+$  und eine negative  $e^-$ . Solange diese Beträge unverändert bleiben, gilt: Je höher die Wahrscheinlichkeit, dass  $e^+$  gezahlt wird, desto besser.

### 3.Axiom: Stetigkeitsprinzip

Gibt es eine unsichere Zahlung und eine sichere Zahlung, dann gibt es auch eine Wahrscheinlichkeit, mit der die sichere Zahlung multipliziert werden muss, um Gleichwertigkeit der beiden Zahlungen zu erhalten.

### 4.Axiom: Substitutionsprinzip

Dieses Axiom besagt, dass sich die Präferenz zwischen zwei Zahlungsmöglichkeiten nicht ändert, wenn eine dritte Zahlungsmöglichkeit hinzukommt.

**Beispiel:** Ich finde eine sichere Zahlung von 100 Euro besser als eine Zahlung von 200€ zu 40%. Jetzt kommt die Möglichkeit hinzu, eine sichere Zahlung von 200€ zu erhalten. Die finde ich zwar besser als die beiden anderen Zahlungen, aber ich finde immer noch die sichere Zahlung von 100€ besser als die unsichere Zahlung von 200€.

## Aufgaben zu 6.0

### Aufgabe 6.1

Gegeben sind folgende Risiko-Nutzen-Funktionen:

1)  $u(e) = e + 2$

2)  $u(e) = 2 + e^2$

3)  $u(e) = 2 + \sqrt{e}$

Gib zu jeder RNF an ob sie Risikofreude, -neutralität oder –scheue widerspiegelt.

### Aufgabe 6.2

Gegeben seien 2 Wertpapiere mit folgender Renditeverteilung:

Wahrscheinlichkeit	0,2	0,4	0,3	0,1
Wertpapier A	5	6	0	-2
Wertpapier B	3	4	5	1

Für einen Investor gelte die RNF  $u(e) = e - 0,05e^2$

Berechne die Präferenzwerte. Für welches Wertpapier sollte der Investor sich entscheiden?

### Aufgabe 6.3

Ein Investor hat die Wahl zwischen einer sicheren Zahlung von 2€ und einer unsicheren Zahlung mit dem Erwartungswert von 2€. Er hat die RNF  $u(e) = 5 + e^{1,2}$ . Wofür wird er sich entscheiden?

**Aufgabe 6.4**

In einem Glücksspiel kann der Entscheider zu 60% 100 Euro gewinnen und zu 20% 200€. Zu 20% gewinnt er nichts.

Die RNF sei linear.

a) Bestimme das Sicherheitsäquivalent.

b) Angenommen, die RNF sei  $u(e) = e^2$ . Bestimme nun das Sicherheitsäquivalent.

**Aufgabe 6.5**

Ein Versicherungsnehmer möchte sein Haus im Wert von 500.000€ versichern. Es gibt drei Versicherungen zur Auswahl.

	Versicherungssumme	Prämie
Versicherung A	200.000	2.000
Versicherung B	400.000	4.000
Versicherung C	600.000	6.000

Die Wahrscheinlichkeit für einen Totalschaden wird auf 0,2% geschätzt. Die Wahrscheinlichkeit für einen Schaden von 300.000€ auf 0,6%.

Der Versicherungsnehmer hat folgende RNF:

$$u(e) = \sqrt{e}$$

Wird der Versicherungsnehmer eine der Versicherungen abschließen und wenn ja, welche?

**Aufgabe 6.6**

Ein Entscheider, der dem Bernoulli Prinzip folgt, besitzt eine lineare RNF. In einem Glücksspiel kann er mit der Wahrscheinlichkeit  $w$  entweder 100€ gewinnen, oder mit der Wahrscheinlichkeit  $(1-w)$  20€ gewinnen. Sein Sicherheitsäquivalent beträgt 50€.

Berechne die Wahrscheinlichkeit  $w$ .

**Aufgabe 6.7**

Ein Entscheider, der dem Bernoulli Prinzip folgt, besitzt folgende RNF:

$$U(e) = e^{0,5}$$

In einem Glücksspiel kann er zu 40% 100€ gewinnen, zu 40% 144€ und zu 20% nichts.

- a) Berechne das Sicherheitsäquivalent des Entscheiders.
- b) Spiegelt die RNF Risikofreude wider?

## Lösungen zu 6.0

### Lösung zu 6.1

- 1) Die Funktion ist linear, daher spiegelt sie Risikoneutralität wider.
- 2) Die Funktion ist progressiv steigend, daher spiegelt sie Risikofreude wider.
- 3) Die Funktion ist degressiv steigend, daher spiegelt sie Risikoscheue wider.

### Lösung zu 6.2

Nutzen des Wertpapiers A:

$$0,2 * (5 - 0,05 * 25) + 0,4 * (6 - 0,05 * 36) + 0,3 * (0) + 0,1 * (-2 - 0,05 * 4) = 2,21$$

Nutzen des Wertpapiers B: 3,01

Er sollte sich für Wertpapier B entscheiden, da dieses den höheren Nutzen hat.

### Lösung zu 6.3

Die RNF des Investors spiegelt Risikofreude wider, da sie progressiv steigend ist. Er wird sich also für die unsichere, risikobehaftete Zahlung entscheiden.

**Lösung zu 6.4**

a) Die RNF ist linear, daher ist der Entscheider risikoneutral. Das Sicherheitsäquivalent entspricht also dem Erwartungswert der Zahlungen.

$$0,6 * 100 + 0,2 * 200 = 100$$

b) Zunächst berechnet man den Nutzen der unsicheren Zahlungen:

$$0,6 * 100^2 + 0,2 * 200^2 = 14.000$$

Es muss also gelten  $u(e) = e^2 = 14.000$ .

Damit ist das Sicherheitsäquivalent  $e = 118,32$ .

**Lösung zu 6.5**

Es muss zunächst die Vermögenssituation für jeden Vertrag sowie die Unterlassensalternative aufgestellt werden:

	Totalschaden (0,2%)	Teilschaden(0,6%)	kein Schaden (99,2%)
Versicherung A	198.000	398.000	498.000
Versicherung B	396.000	496.000	496.000
Versicherung C	494.000	494.000	494.000
Keine Versicherung	0	200.000	500.000

Daraus kann der Nutzen errechnet werden:

$$\text{Nutzen A: } 0,002 * \sqrt{198.000} + 0,006 * \sqrt{398.000} + 0,992 * \sqrt{498.000} = 704,72$$

$$\text{Nutzen B: } 704,13$$

$$\text{Nutzen C: } 702,85$$

$$\text{Nutzen keine Versicherung: } 704,13$$

Da Versicherung A den höchsten Nutzen hat, sollte der Versicherungsnehmer diese Versicherung abschließen.

**Lösung zu 6.6**

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit ergibt sich aus der Formel für das Sicherheitsäquivalent eines Entscheiders mit linearer RNF:

$$100 * w + 20 * (1 - w) = 50$$

Daraus folgt:  $w = 37,5\%$

**Lösung zu 6.7**

a) Der Nutzen des Spiels beträgt:

$$0,4 * 100^{0,5} + 0,4 * 144^{0,5} = 8,8$$

Gesucht ist also die sichere Zahlung, die einen Nutzen von 8,8 hat.

$$100\% * e^{0,5} = 8,8$$

$$e = 77,44$$

b) Nein, dazu müsste der Erwartungswert der Lotterie kleiner sein als die sichere Zahlung.